

DOI: <https://dx.doi.org/10.22084/IER.2024.5573>

## مدل اندازه انباشته پویای احتمالی در شبکه تولید و انتقال کالا با در نظر گرفتن سطح سرویس متفاوت

بابک جوادی<sup>۱\*</sup>، سجاد هدایتی<sup>۲</sup>، مونا کریمی<sup>۳</sup>، محمدرضا ابدالی<sup>۴</sup>

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشکدگان فارابی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشکدگان فارابی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۳. کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشکدگان فارابی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۴. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشکدگان فارابی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

### خلاصه

در این پژوهش، یک مدل انباشته پویای احتمالی برای تولید یک محصول با تقاضای تصادفی و محدودیت ظرفیت در شبکه تولید و انتقال کالا توسعه داده شده است، با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های نگهداری، راه‌اندازی و اضافه‌کاری. در این مدل پیشنهادی، قابلیت انتقال راه‌اندازی کالا به دوره‌های بعدی وجود دارد که نقش مهمی در کاهش هزینه‌های راه‌اندازی مجدد ایفا می‌کند. استراتژی عدم قطعیت ایستا و شاخص‌های عملکردی سطح سرویس مختلف برای محدود کردن مقدار تقاضا در مواجهه با پس‌افت در نظر گرفته شده است. مسأله به صورت یک مدل غیرخطی عدد صحیح مختلط فرموله شده است و برای حل آن از روش‌های حل ابتکاری و حل‌کننده‌های تجاری رایج استفاده شده است. آنالیز حساسیت و تحلیل نتایج مدل پیشنهادی در سطوح مختلف سرویس نشان می‌دهد که این مدل عملکرد و کارایی مناسبی دارد و چشم‌انداز واقع‌بینانه‌تری برای برنامه‌ریزی در شرایط عدم قطعیت ناشی از تقاضا را ارائه می‌دهد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۲/۷/۸

پذیرش ۱۴۰۲/۱۰/۲۶

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

برنامه‌ریزی تولید

اندازه انباشته

تقاضای تصادفی

استراتژی عدم قطعیت ایستا

سطح سرویس

### ۱. مقدمه

در فضای رقابتی امروز، تحویل به‌موقع کالا با هزینه مناسب و تحت شرایط کیفی مدنظر، از ضروریات رقابتی برای کسب سهم بیشتری از بازار یا حفظ وضعیت مناسب فعلی است. در این شرایط، رضایت مشتری می‌تواند به‌دست آید. مسأله اندازه انباشته پویای احتمالی با محدودیت ظرفیت در شبکه تولید و انتقال کالا، به‌عنوان بخشی از یک سیستم زنجیره‌تأمین کالا، نقش به‌سزایی در بهبود وضعیت رقابتی سازمان‌های تولیدی دارد. با در نظر گرفتن شرایط تصادفی و پویای حاکم بر تقاضا و محدودیت‌های ظرفیت تولید و انتقال، چشم‌اندازی را در پیش‌روی تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد که بتواند با اطمینان بالا در جهت برنامه‌ریزی پیش برود.

مسأله اندازه انباشته پویای احتمالی با محدودیت ظرفیت در شبکه تولید و انتقال کالا، دارای مشخصه‌هایی است که به‌کارگیری آن در محیط‌های صنعتی را تسهیل می‌دهد. می‌توان به تقاضای تصادفی و پویا در طول افق برنامه‌ریزی، محدودیت ظرفیت تولید و انتقال کالا، در نظرگیری و کنترل تناسب پس‌افت به‌منظور حفظ جایگاه سازمان در فضای کسب‌وکار اشاره کرد. از جمله مشخصه‌های دیگر این مسأله، هزینه‌های انتقال که بخش زیادی از مجموع هزینه‌های لجستیک را شامل می‌شوند و نقش مهمی در رضایت و وفاداری مشتریان دارند، است. سوالاتی همچون "چه وقت و چه مقدار از محصول را تولید کنیم تا میزان پس‌افت به حداقل برسد و هزینه انتقال کالا در وضعیت بهینه باشد؟"، بخشی از مسائلی هستند که با مدل‌سازی و حل این مسأله، و

\* نویسنده مسئول: بابک جوادی

تلفن: ۰۲۱-۵۷۲۴۳۲۳۸، پست الکترونیکی: [babakjavadi@ut.ac.ir](mailto:babakjavadi@ut.ac.ir)

اندازه انباشته مؤثر هستند، بررسی کردند [۷]. در ادامه، مدل ارائه شده در این پژوهش را براساس همین مشخصات ارائه خواهد شد:

(۱) افق برنامه‌ریزی: افق برنامه‌ریزی را محدود و بلندمدت در نظر گرفته‌ایم.

(۲) تعداد سطوح سیستم تولیدی: سیستم تولیدی تک‌سطحی در نظر گرفته شده است.

(۳) تعداد محصول: مسأله تک‌محصولی فرض شده است.

(۴) ظرفیت و یا محدودیت منابع: مسأله دارای محدودیت ظرفیت در منابع تولید و انتقال کالا است.

(۵) تقاضا: تقاضا از نوع پویای احتمالی با توزیع احتمال شناخته شده است.

(۶) ساختار راه‌اندازی: امکان انتقال راه‌اندازی به دوره بعد را در این پژوهش در نظر گرفته‌ایم.

(۷) کمبود موجودی: کمبود موجودی از نوع پس‌افت در نظر گرفته شده است.

مسأله اندازه انباشته تولید از جنبه‌های گوناگون قابل گسترش است، که عمده‌ترین آن‌ها در مطالعه‌ی کریمی و همکاران اشاره شده است. عمده مطالعات صورت گرفته در شرایط قطعی انجام گرفته است و در شرایط تصادفی نیز مطالعات انجام گرفته محدود است. این موضوع در ادامه به تفصیل بررسی خواهد شد. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، هدف مسائل اندازه انباشته فارغ از نوعشان، کمینه‌کردن مجموع هزینه‌های راه‌اندازی، نگهداری، تولید و پس‌افت و سایر هزینه‌های مرتبط دیگر است. نوردن و ولدی مسأله اندازه انباشته را برای یک سیستم موجودی ارائه دادند که در آن هزینه حمل‌ونقل در تابع هدف در نظر گرفته شده بود. تأکید آن‌ها این است که برخلاف هزینه قابل توجه حمل‌ونقل کالا که بیش از ۵۰٪ هزینه کل سیستم لجستیک را شامل می‌شود، این موضوع مورد غفلت واقع شده است، آن‌ها در مدل خود دو نوع ظرفیت حمل‌ونقل را در قالب قرارداد در نظر گرفتند. همچنین هزینه‌های ظرفیت‌های انتقال متفاوت در نظر گرفته شده است [۸]. در این پژوهش از رویکرد مدل‌سازی آن‌ها برای توسعه مدل پایه در بخش محدودیت ظرفیت انتقال کالا استفاده شده است. دو نوع ظرفیت انتقال را برای محصول نهایی در نظر گرفته شده که دارای هزینه‌های متفاوتی برای هر ظرفیت است. این موضوع یک واقعیت عمومی است که در محیط‌های عملیاتی تولید با آن مواجه هستیم.

روش‌های حل گوناگونی برای مسائل اندازه انباشته تاکنون توسط پژوهشگران معرفی و توسعه داده شده است. بیشتر تمرکز محققین در این مسائل بر توسعه روش‌های حل و ارائه راه‌حل‌های بهتر بوده است. با توجه به رویکرد انتخاب شده برای مدل‌سازی و حل مسأله اندازه انباشته مورد اشاره در این پژوهش، روش‌های حل محدودی برای حل موجود است که البته توسط پژوهشگران محدودی مورد مطالعه قرار گرفته است. تمپلمیر و هیلگر بیان می‌کنند که راه‌حل‌های دقیق حتی برای مسائل با ابعاد کوچک برای مسأله اندازه انباشته مذکور نیازمند صرف زمان زیادی است و بدین منظور روش‌های ابتکاری پیشنهاد شده

تحلیل حساسیت آن، گزینه‌های مختلفی را پیش‌روی تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد تا براساس نگاه استراتژیک سازمان، بهترین تصمیم را اتخاذ کند.

مسائل برنامه‌ریزی تولید عموماً در سه سطح بلندمدت، میان‌مدت و کوتاه‌مدت انجام می‌شود. در برنامه‌ریزی بلندمدت، تمرکز بر روی فعالیت‌های سطح استراتژیک سازمان قرار دارد که این نوع تصمیم‌گیری‌ها معمولاً شامل مواردی مانند چیدمان تسهیلات، انتخاب محصولات تولیدی، سرمایه‌گذاری و تأمین تجهیزات لازم برای تولید است. در سطح میانی، تمرکز بر روی تصمیمات عملیاتی مانند تخصیص ظرفیت، تعریف زمان‌های اضافه‌کاری، میزان انباشته و انبارش قرار دارد. و در نهایت، در برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت، تمرکز بر روی زمان‌بندی تولید و ترتیب کارها برای عملیات روزانه از قبیل مسیریابی، حمل‌ونقل و یا فعالیت‌های انبارش قرار دارد.

اندازه انباشته یکی از اجزای بسیار مهم در برنامه‌ریزی تولید است که تصویر روشنی از مقدار و زمان تولید محصول را پیش‌روی تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد. در واقع، خروجی مسأله اندازه انباشته شامل مقدار تولید محصول، مقدار انتقال به انبار و مقدار سفارش عقب‌افتاده است به نحوی که بتوان هزینه‌های ناشی از تولید، راه‌اندازی، نگهداری و سفارش عقب‌افتاده را کمینه کرد و در نهایت تقاضای مشتری را در طول افق برنامه‌ریزی ارضاء کرد. به این ترتیب، با بهره‌گیری از مسأله اندازه انباشته، امکان بهبود عملکرد تولید و کاهش هزینه‌های مرتبط با تولید و انبارداری وجود دارد، که این امر می‌تواند به بهبود خدمات به مشتریان و افزایش رضایت آن‌ها منجر شود [۱].

توسعه مسائل اندازه انباشته در چند دهه اخیر شروع شده و همچنان در حال افزایش است. هریس یک چارچوب را برای مدل‌سازی مقدار سفارش اقتصادی برای یک محصول با تقاضای ثابت و افق برنامه‌ریزی محدود معرفی کرد [۲]. مدل ارائه شده با در نظرگیری هزینه سفارش و نگهداری بدون در نظرگیری محدودیت ظرفیت بود. این در حالی است که در محیط عملیاتی و واقعی با محدودیت ظرفیت تسهیلات و منابع مواجه می‌شویم [۳]. واگنر و ویتین با معرفی مسأله اندازه انباشته تک‌محصولی بدون محدودیت ظرفیت تحت تقاضای دوره‌ای متفاوت یا پویا در افق برنامه‌ریزی محدود سرآغازی را برای توسعه‌ی هرچه بیشتر این مسأله گشودند و یک برنامه‌ریزی پویا را برای حل آن ارائه دادند که راه‌حلی بهینه بود [۴]. مسائل اندازه انباشته در حوزه تولید یک طیف وسیعی از موضوعات را شامل می‌شوند [۵]. در این پژوهش تمرکز بر حوزه کاربرد این مسأله در بخش تولید است. حل مسائل اندازه انباشته کاری پرچالش است. ابزارهای برنامه‌ریزی تولید تجاری نظیر برنامه‌ریزی نیازمندی مواد و برنامه‌ریزی نیازمندی‌های منابع سازمان راه‌حل‌هایی را برای حل مسائل عادی برنامه‌ریزی تولید ارائه می‌دهند [۱]. اما ضعف‌هایی شامل عدم در نظرگیری محدودیت ظرفیت و عدم در نظرگیری زمان‌بندی تولید با زمان تحویل بلندمدت و پس‌افت اشاره کرد [۶]. کریمی و همکاران مشخصاتی را که در مدل‌سازی، طبقه‌بندی و میزان پیچیدگی مسائل

دسته شامل: روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی ابتکاری، روش ابتکاری لاگرانژ، روش‌های فراابتکاری، روش ابتکاری حریص و روش ابتکاری تجزیه و ادغام دسته‌بندی کردند [۱۵]. آن‌ها یک طبقه‌بندی جامع را برای این‌گونه مسائل در نظر گرفتند. برای روش‌های ابتکاری برنامه‌ریزی ریاضی، فرمول‌بندی مدل، آزادسازی، رویکرد حل و خصوصیات هر مدل را که توسط پژوهشگران مورد بحث و بررسی قرار گرفته بود، ارائه دادند. روش شاخه‌وکران، با بهینه‌سازی توسط صفحات برش، برای حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مختلط نتایج بهتری را از روش شاخه‌وکران به دست می‌دهد. روش ما برای حل مدل نهایی نیز که در حقیقت خطی‌سازی شده یک مدل غیرخطی به روش تقریب قطعه‌قطعه خطی است، از همین رویکرد استفاده می‌کند.

مرور مدل‌های اندازه انباشته احتمالی توسط [۲۱-۱۹] و [۹] انجام گرفته است. همچنین برخی مطالعات از خط‌مشی‌های کنترل موجودی در برابر تقاضای غیرقطعی در محیط‌های برنامه‌ریزی تولید استفاده کرده‌اند که می‌توان به [۵] اشاره کرد. رعا و آقزاف، یک رویکرد حل بهینه‌سازی استوار را برای مسائل اندازه انباشته با تقاضای تصادفی ارائه کردند. مدل آن‌ها شامل مقادیر تصادفی مستقل بود. تابع هدف هم شامل کمینه کردن هزینه تولید، موجودی و راه‌اندازی و سفارش عقب‌افتاده بود. آن‌ها دو رویکرد ایستا و دو رویکرد پویا را بررسی کردند [۲۲]. برندمارت یک مسئله اندازه انباشته احتمالی چندمحصولی را معرفی کرد که از درخت سناریو برای مدل‌سازی تقاضای غیرقطعی استفاده می‌کند. او یک مدل پایه مکان یابی تسهیلات را با یک رویکرد حل ابتکاری مبتنی بر استوار کردن و رها سازی ارائه داد. محدودیت این روش با بالا رفتن تعداد دوره و محصولات بسیار نامیدکننده است [۲۳].

ساکس و ماچسدت، یک مدل اندازه انباشته پویای احتمالی را با در نظرگیری هزینه سفارش عقب‌افتاده حل کردند. آن‌ها یک راه‌حل ابتکاری لاگرانژ را برای حل مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی ارائه کردند که در محیط‌های برنامه‌ریزی پویا مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۴]. مارتل و همکاران، یک روش حل شاخه‌وکران را برای حل مدل ارائه شده توسط [۲۴] ارائه کردند [۲۵]. تا سال ۲۰۰۹، هیچ مطالعه‌ای با در نظر گرفتن نرخ پاسخ ارائه نشده بود. تمپلمیر و هرپرس، یک مدل را برای مسئله اندازه انباشته پویای احتمالی چندمحصولی با محدودیت ظرفیت ارائه دادند. آن‌ها یک محدودیت نرخ پاسخ به نام  $\beta CYC$  معرفی کردند که به عنوان تنظیم‌کننده تقاضای عقب‌افتاده در چرخه تولید عمل می‌کند. اهمیت محدودیت نرخ پاسخ به عنوان یک شاخص عملکردی در صنعت از سوی آن‌ها مورد تأکید قرار گرفته است [۲۶]. در این پژوهش، رویکرد مدل‌سازی و حل ما با رویکرد ارائه شده توسط بوکبیندر و تان مرتبط است. آن‌ها سه رویکرد مواجهه با تقاضای پویا و قطعی را ارائه می‌دهند: استراتژی عدم قطعیت پویا، استراتژی عدم قطعیت ایستا، و استراتژی عدم قطعیت ایستا-پویا [۲۷]. تمپلمیر و هرپرس از استراتژی عدم قطعیت ایستا استفاده کردند و با در نظر گرفتن محدودیت نرخ پاسخ، یک مدل را برای مسئله اندازه انباشته

است که شامل روش تولید ستونی [۹]، بهینه‌سازی استوار [۱۰] یا توسعه‌یافته تبادل ابتکاری [۱۱] و روش حل شاخه‌ویرش که برای حل مدل خطی‌سازی شده برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط این مسئله به کار می‌رود [۱۲]. با توجه به در نظر گرفتن امکان انتقال راه‌اندازی به مرحله بعد، تاکنون هیچ روش شناخته شده‌ای برای حل ابتکاری دیگر به جز روش بهینه‌سازی استوار و روش شاخه‌ویرش وجود ندارد. ساختار انجام این پژوهش در دو بخش کلی قابل طبقه‌بندی است:

(۱) توسعه مدل مسئله اندازه انباشته پویای احتمالی با محدودیت ظرفیت در شبکه تولید و انتقال کالا تحت شرایطی که بتوان با استراتژی عدم قطعیت ایستا برای مواجهه با تقاضای پویا و تصادفی آمادگی لازم را کسب و مقدار پس‌افت را تحت شاخص‌های سطوح سرویس متفاوت کنترل کرد، از جمله اهداف اصلی این پژوهش بوده است. در مطالعات پیشین، بیشتر تمرکز بر روی روش‌های حل مسئله بوده است. اما در این پژوهش، توسعه مدل و به طور مضاعف، توسعه مدل با در نظر گرفتن ظرفیت انتقال، اولویت داشته است.

(۲) تحلیل مسئله نسبت به توسعه مدل پایه و پارامترهای مسئله نقش تعیین‌کننده‌ای در برنامه‌ریزی مقدار و زمان تولید اندازه انباشته در طی افق برنامه‌ریزی با توجه به محدودیت‌های سیستم خواهد داشت. بنابراین، در این پژوهش و به عنوان هدف دوم، با تحلیل حساسیت، اثراتی که مدل در مراحل توسعه و تغییرات پارامترهای خود خواهد داشت، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بنابراین، در ادامه، ابتدا در بخش دوم، با مرور ادبیات موضوع و تمرکز بر مسائل اندازه انباشته پویای احتمالی، شروع می‌کنیم. سپس، در بخش سوم، مدل ریاضی مسئله در نوع غیرخطی ارائه خواهد شد و به صورت مرحله به مرحله توسعه داده می‌شود. در بخش چهارم، نتایج حل عددی برای مدل و تحلیل حساسیت آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت؛ و در نهایت، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه خواهد شد.

## ۲. مرور ادبیات

مدل‌های قطعی مسئله اندازه انباشته در تحقیقات پیشین به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است که از این بین می‌توان به [۶]، [۷]، [۱۳]، [۱۴] و [۱۵] اشاره کرد.

مسائل اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت حتی برای یک محصول نیز به شدت NP-hard هستند [۱۶] در نتیجه، برای مسائل چندمحصولی، شدت این موضوع بسیار بیشتر است. اضافه کردن محدودیت‌های انتقال راه‌اندازی به مدل، باز هم شدت مسئله NP-hard را افزایش می‌دهد [۱۷، ۱۸]. برای مسائل اندازه انباشته پویای دارای محدودیت ظرفیت، مرور ادبیات غنی است. باسچیکول و همکاران یک مرور ادبیات جامع را پیرامون توسعه و روش‌های حل مسئله اندازه انباشته پویا انجام دادند. آن‌ها روش‌های حل را به پنج

دقیق تر و جامع تری از شرایط واقعی محیط‌های تولیدی ارائه می‌دهد. همچنین، این چارچوب عوامل انسانی را در فرآیند زمان‌بندی دخیل می‌کند و به این ترتیب، به نتایج واقع‌بینانه‌تر و قابل‌اجراتر دست می‌یابد [۳۴]. مختاری و ابوالفتحی در یک مطالعه به بررسی مسأله زمان‌بندی تولید در کارگاه‌های انعطاف‌پذیر با محدودیت منابع دوگانه پرداخته می‌شود. در این مقاله، یک الگوریتم ترکیبی جدید برای حل مسائل بهینه‌سازی ارائه می‌شود. این الگوریتم از ترکیب الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی (ABC) با عملگرهای الگوریتم ژنتیک (GA) و چندین الگوریتم ابتکاری دیگر تشکیل شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که الگوریتم ترکیبی پیشنهادی، روشی کارآمد برای حل مسأله زمان‌بندی تولید در کارگاه‌های انعطاف‌پذیر با محدودیت منابع دوگانه است [۳۵].

در آخرین پژوهشی که بررسی ما نشان می‌دهد، تمپلمیر و هیلگر، یک سیستم تولیدی چندمحصولی با محدودیت ظرفیت و تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا و محدودیت نرخ پاسخ  $\beta$  یک روش حل بهینه‌سازی استوار را برای این مسأله با در نظرگیری امکان انتقال راه‌اندازی به مرحله بعد در نظر گرفته‌اند و این روش را با روش تولید ستونی و  $ABC_\beta$  مقایسه کردند. آن‌ها طی حل این مسأله بیان داشتند که روش حل بهینه‌سازی استوار و روش دقیق شاخه‌وبرش آن هم برای مسائل کوچک قابلیت در نظرگیری هزینه راه‌اندازی و بالتبع امکان انتقال راه‌اندازی به دوره بعد را دارا می‌باشد. امکان انتقال راه‌اندازی به دوره بعد برای اولین بار توسط تمپلمیر و هیلگر، برای مسأله اندازه انباشته پویای احتمالی با محدودیت ظرفیت و تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا و محدودیت سطح سرویس ارائه شد [۱۱].

در مطالعه ادبیات موضوع به پژوهشی که با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت انتقال کالا در مسائل اندازه انباشته در فضای عدم قطعیت و تحت تقاضای تصادفی با محدودیت ظرفیت و استراتژی‌های مواجهه با عدم قطعیت تقاضا و سطح سرویس به بحث پرداخته باشد برخوردیم. تنها یک پژوهش توسط نوردن و ولدی، مسأله اندازه انباشته یک سیستم خرید را مدل‌سازی و هزینه حمل‌ونقل را برای آن در نظر گرفته بودند [۸].

همان‌طور که در بخش قبل و با مرور ادبیات موضوع اشاره شد، اکثر پژوهش‌ها پیرامون مسأله اندازه انباشته که روی مدل [۴] انجام گرفته‌اند، در ارائه و توسعه روش‌های حل رشد بالایی داشته‌اند. عمده همین تحقیقات نیز در مدل‌های قطعی انجام گرفته است، درحالی‌که در محیط واقعی ما با عدم قطعیت‌های فراوانی از جمله مهم‌ترین آن‌ها، یعنی تقاضا، مواجه هستیم. پژوهش‌های صورت گرفته در این خصوص با توجه به پیچیدگی بالای مسأله و تحت استراتژی‌های مواجهه با عدم قطعیت و پویایی تقاضا و شاخص عملکردی سطح سرویس بسیار اندک و محدود، به چند سال اخیر محدود می‌شوند.

در بین این تحقیقات محدود اخیر، با پژوهشی که با دارا بودن شرایط مذکور به محدودیت ظرفیت انتقال کالا و سقف مجاز تولید با تسطیح منابع پرداخته باشد، روبرو نشدیم. اهمیت هزینه انتقال و

پویای احتمالی ارائه دادند [۲۸]. در این پژوهش، با توجه به موضوع و رویکرد مورد نظر در مدل‌سازی و حل آن، ابتدا یک مرور مختصر بر ادبیات پژوهش با در نظر گرفتن استراتژی‌های بوکبیندر و تان و محدودیت‌های سطح سرویس صورت خواهد گرفت.

بوکبیندر و تان، از محدودیت سطح سرویس  $\alpha_p$  که تناسبی را برای کمبود موجودی در دوره‌های زمانی در نظر می‌گیرد، برای حل مدل تصادفی و پویای اندازه انباشته خود تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا استفاده کردند بوکبیندر و تان، در روش خود برای حل مدل تصادفی و پویای اندازه انباشته، از محدودیت سطح سرویس  $\alpha_{pap}$  که تناسبی را برای کمبود موجودی در دوره‌های زمانی در نظر می‌گیرد، استفاده کردند تا زمانی که موجودی کمتر از یک حد معین باشد، سرویس داده نشود [۲۷]. ورگاس، از استراتژی عدم قطعیت ایستا و با در نظرگیری هزینه سفارش عقب‌افتاده در مدل‌سازی خود بهره برد [۲۹].

تاریم و کینگزمن، مدلی با تقاضای تصادفی تک‌محصولی و بدون محدودیت ظرفیت تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا-پویا و محدودیت سطح سرویس  $\alpha$  ارائه دادند. آن‌ها برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خود را که مبتنی بر روش بوکبیندر و تان، بود با نوآوری در روش حل پیشنهاد دادند [۳۰].

تمپلمیر، با در نظرگیری استراتژی عدم قطعیت ایستا و دو سطح سرویس  $\alpha, \beta$ ، مسأله اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت تک‌محصولی را ارائه داد. نوآوری او توسعه سطح سرویس بود [۲۸]. تمپلمیر، یک راه‌حل ابتکاری را با ترکیب روش حل ابتکاری تولید ستونی و ABC برای مدل با تقاضای تصادفی چندمحصولی و دارای محدودیت‌های خود تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا و سطح سرویس  $\beta$  ارائه داد [۹].

تمپلمیر و هرپرس، یک راه‌حل ابتکاری  $ABC_\beta$  را برای مدل چندمحصولی و دارای محدودیت ظرفیت تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا و تحت نرخ پاسخ  $\beta$  ارائه کردند [۲۷]. تونک و همکاران، با در نظر گرفتن محدودیت سطح سرویس  $\alpha\alpha$  و تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا برای سیستم تک‌محصولی و بدون محدودیت ظرفیت، با استفاده از آزادسازی روش کوتاه‌ترین مسیر، مسأله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خود را حل کردند [۳۱]. روسی و همکاران، با در نظر گرفتن محدودیت‌های سطح سرویس  $\alpha$  و  $\beta$ ، استراتژی عدم قطعیت ایستا و بدون محدودیت ظرفیت و تک‌محصولی، یک مدل ریاضی یکپارچه شده و خطی را با در نظر گرفتن مقدار پس‌افت و هزینه آن، مورد تحلیل حساسیت قرار دادند [۳۲]. هلیبر و همکاران، مدلی چندمحصولی با محدودیت ظرفیت و تحت استراتژی عدم قطعیت ایستا و محدودیت سطح سرویس  $\delta$  با محاسبه مقدار موجودی ایمنی ارائه دادند و دو روش خطی‌سازی را شامل سناریوی میانگین ساده و قطعه‌قطعه خطی برای حل این مدل ارائه دادند [۳۳]. فخرزاد و علی‌نژاد در یک مقاله به ارائه چارچوب بهینه‌سازی جدیدی برای حل مسأله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی پیشرفته در محیط‌های تولیدی انعطاف‌پذیر می‌پردازد. این چارچوب اثر یادگیری را نیز در نظر می‌گیرد و به این ترتیب، بیان

تقاضا و موجودی در هر دوره اشاره دارد. در این استراتژی، تصمیم‌گیری در مورد میزان تولید (یا اندازه انباشته) براساس تقاضا و موجودی در هر دوره انجام می‌شود. این رویکرد به خط مشی موجودی در سازمان بازمی‌گردد، به این معنی که سیاست‌ها و قوانین موجود در مورد مدیریت موجودی در سازمان، تصمیم‌گیری را درباره تولید محصول تحت تاثیر قرار می‌دهند [۳۳]. در این شرایط مقدار و زمان اندازه انباشته متغیر است.

(۲) در استراتژی عدم قطعیت ایستا-پویا، زمان‌های تولید در ابتدای هر دوره برنامه‌ریزی مشخص می‌شوند و ثابت هستند، اما تصمیم‌گیری در مورد مقدار تولید یا اندازه انباشته براساس سطوح سفارش هر دوره اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر، زمان تولید محصولات در هر دوره ثابت است، اما مقدار تولید یا اندازه انباشته متغیر است و به سطوح سفارش هر دوره بستگی دارد. در این رویکرد، زمان‌های تولید پیشاپیش تعیین می‌شوند و تغییرات در تولید در هر دوره صرفاً براساس تغییرات در سطوح سفارش اتفاق می‌افتد. این به معنای این است که می‌توان اندازه انباشته را در هر دوره براساس تقاضا و میزان سفارش‌ها تنظیم کرد، با این وجود ممکن است که مقدار تولید در هر دوره از ظرفیت موجود تجاوز کند. استفاده از این رویکرد مناسب است زمانی که زمان‌های تولید محصولات پیشاپیش مشخص هستند ولی نیاز به تطبیق مقادیر تولید با تغییرات در تقاضا و سفارش‌ها وجود دارد، و همچنین در صورتی که نیاز به کنترل مستقیم بر مقدار تولید در هر دوره باشد.

(۳) استراتژی عدم قطعیت ایستا: در این استراتژی مقدار متغیرهای تصمیم در ابتدای دوره برنامه‌ریزی مشخص می‌شود. به عبارتی دیگر در این استراتژی مقدار و زمان تولید اندازه انباشته در طی افق برنامه‌ریزی بدون در نظر گرفتن تقاضای هر دوره تعیین می‌شود. مزیت این استراتژی در نظرگیری محدودیت ظرفیت منابع تولیدی است که البته در دنیای واقعی هم همین‌طور است. در صورتی که این استراتژی در افق برنامه‌ریزی غلطان مورد استفاده قرار گیرد، ممکن است گاهی به زمان‌بندی مجدد تولید نیاز شود؛ چراکه تقاضای تصادفی ممکن است در مقدار اندازه انباشته بازنگری ایجاد کند.

#### جدول (۳). خلاصه استراتژی‌های عدم قطعیت [۳۴]

استراتژی عدم قطعیت ایستا	استراتژی عدم قطعیت ایستا-پویا	استراتژی عدم قطعیت پویا	استراتژی عدم قطعیت ایستا
ثابت	ثابت	متغیر	اندازه انباشته
ثابت	متغیر	متغیر	دوره تولید
بله	خیر	خیر	ظرفیت

استراتژی مورد پذیرش ما در این پژوهش نوعی از استراتژی عدم قطعیت ایستا است که با توجه به وجود محدودیت ظرفیت تولید از این

محدودیت ظرفیت آن در سیستم زنجیره‌تأمین و بخشی از آن که شامل مسائل اندازه انباشته نیز می‌شود، ما را بر آن داشت تا با توسعه مدلی که بتوان این شرایط را برای آن در نظر گرفت و تحت روش‌های شناخته شده و مرسوم حل کرد، پژوهش خود را انجام دهیم.

در این پژوهش نیز با توسعه مدل ارائه شده توسط [۱۱] و در نظرگیری ویژگی‌های مدل [۳۳] و توسعه آن با اضافه کردن محدودیت ظرفیت انتقال [۸] که برای مدل‌سازی مسأله اندازه انباشته در یک سیستم خرید بدون محدودیت ظرفیت به کار گرفتند، مسأله مورد نظر مدل‌سازی کرده‌ایم.

خلاصه مرور ادبیات پژوهش در جدول (۱) در بخش پیوست نشان داده شده است.

#### ۱-۲. نوآوری‌های پژوهش

باتوجه به این پژوهش، نوآوری‌ها به شرح زیر است:

- مدل‌سازی و حل مدل غیرخطی مسأله اندازه انباشته با تقاضای پویای احتمالی دارای توزیع نرمال و محدودیت ظرفیت انتقال کالای نهایی.
- کنترل سفارشات عقب‌افتاده با شاخص‌های سطح سرویس گوناگون و در سطوح مختلف.
- پایش اطلاعات عملکردی شاخص‌های سطح سرویس گوناگون.
- معرفی مناسب‌ترین الگوریتم حل‌کننده مدل غیرخطی از لحاظ کیفیت و زمان رسیدن به جواب.
- ارائه برنامه تولیدشدنی با ضمانت اجرایی بالا در طی افق برنامه‌ریزی.

#### ۲. مدل‌های ریاضی

در این بخش، مدل‌های پایه برای مسأله اندازه انباشته پویای احتمالی با محدودیت ظرفیت ارائه شده و سپس در بخش‌های بعدی این مدل‌ها توسعه داده می‌شود. این مدل پایه به عنوان یک مدل غیرخطی برای حل مسأله مورد مطالعه مورد استفاده قرار می‌گیرد و پس از توسعه، به مدل نهایی موضوع پژوهش می‌رسیم. جدول (۲)، مشخصات مدل‌سازی غیرخطی را بیان می‌کند که در پیوست نشان داده شده است.

#### ۳-۱. رویکردهای مورد پذیرش برای ارائه مدل ریاضی

##### ۳-۱-۱. استراتژی

بوکبیندر و تان، سه استراتژی متفاوت برای مواجهه با تقاضای غیرقطعی در مسائل اندازه انباشته احتمالی ارائه کردند. تفاوت این سه رویکرد در مقدار اندازه انباشته و زمان ارضای تقاضاست. در حقیقت مقدار و زمان تولید اندازه انباشته می‌تواند ثابت و یا متغیر باشد. این سه استراتژی که به تفصیل در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرند، عبارتند از: استراتژی عدم قطعیت پویا، استراتژی عدم قطعیت ایستا-پویا و استراتژی عدم قطعیت ایستا [۲۷]. خلاصه این سه استراتژی در جدول (۳) آمده است [۳۳].

(۱) استراتژی عدم قطعیت پویا، به وابستگی مقدار تولید محصول به

چرخه،  $\beta c$  قرار دارد که سفارش عقب‌افتاده تجمعی و میزان تقاضای واقع شده در چرخه را در نظر می‌گیرد. البته این شاخص در صورتی قابل محاسبه است که طول چرخه مشخص باشد. برای مثال، اگر دو دستور تولید در دوره‌های سوم و ششم صادر شود، آنگاه چرخه پوشش‌دهنده اولین دستور تولید از این دستورات شامل دوره‌های سوم و چهارم و پنجم است. سطح سرویس چرخه، از سطح سرویس دوره سختگیرانه‌تر است. چراکه بایستی در هر چرخه محقق شود و عملکرد بد در یک چرخه با عملکرد خوب در چرخه‌های دیگر بهبود نمی‌یابد.

(۳) سطح سرویس  $\delta$ : این شاخص سطح سرویس توسط [۳۶] معرفی شده است. این شاخص با میانگین وزنی زمانی پس‌افت در برابر حداکثر وزن زمانی پس‌افت در صورت برآورده نشدن همه تقاضاها مرتبط است:

$$\delta = 1 - \frac{\text{Total Expected Backlog}}{\text{Total Maximum xpected Backlog}} \quad (2)$$

### ۲-۳. مدل پایه غیرخطی مسأله

در این پژوهش و بر مبنای مدل [۳۶]، در اینجا یک سیستم تولیدی با یک منبع تولیدی را در نظر می‌گیریم که قرار است در طی افق زمانی  $T$  تعداد  $K$  محصول را با محدودیت ظرفیت بر مبنای زمان  $Ct$  تولید کند. این محدودیت زمانی با تخصیص اضافه‌کاری  $Ot$  و با هزینه  $oc$  می‌تواند گسترش یابد. هیچ ترتیبی بین تولید محصولات وجود ندارد. اگر در دوره  $t$  محصول  $k$  تولید شود، آنگاه مقدار تولید یا اندازه انباشته  $qkt$ ، زمان راه‌اندازی  $tsk$ ، و هزینه راه‌اندازی  $sck$  رخ خواهند داد. زمان پردازش هر محصول برابر  $tbk$  است. همچنین، هزینه نگهداری هر محصول برابر  $hck$  می‌باشد. تقاضای هر محصول  $k$  در هر دوره  $t$  تصادفی است و با متغیر تصادفی  $Dkt$  که دارای توزیع شناخته‌شده‌ای است، تعریف می‌شود. این متغیر تصادفی دارای ارزش انتظاری برابر با  $\{E\{Dkt}\}$  و واریانس  $\{VAR\{Dkt}\}$  است. تقاضا برای هر محصول-دوره ترکیب  $(k, t)$  است که مستقل از  $t^*$  و  $k^*$  است. فرض بر این است که ارزش انتظاری  $\{E\{Dkt}\}$  و واریانس  $\{VAR\{Dkt}\}$  از سیستم پیش‌بینی حاصل می‌شوند. برای جلوگیری از به‌وجود آمدن پس‌افت در انتهای افق برنامه‌ریزی، فرض ما بر این است که برای هر محصول  $k$ ، مجموع تولید اندازه‌انباشته در طی افق بایستی حداقل مجموع ارزش انتظاری تقاضا را ارضا کند. اگر در دوره‌ای مجموع تقاضای تصادفی از مجموع تولید قطعی تجاوز کند، تقاضای برآورده‌نشده به‌عنوان پس‌افت تلقی و یک متغیر تصادفی پس‌افت  $BLkt$  رخ خواهد داد. در غیر این صورت با یک متغیر تصادفی موجودی در دست یا موجودی فیزیکی  $IFPkt$  روبرو خواهیم شد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد؛ استراتژی مورد استفاده ما در مدل‌سازی مسأله، استراتژی عدم قطعیت ایستا است و شاخص سطح سرویس مورد نظر ما  $\beta_t$  است.

تابع هدف (۳) کمینه‌ساز مجموع هزینه‌های نگهداری، راه‌اندازی و اضافه‌کاری است. محدودیت (۴) ظرفیت مورد نیاز برای تولید و راه‌اندازی را ضمانت می‌کند به‌نحوی که از مقدار زمان مجاز و اضافه‌کاری قانونی فراتر نرود. محدودیت (۵) راه‌اندازی را در دوره‌های

استراتژی استفاده کرده‌ایم. در حقیقت برای ایجاد یک برنامه تولید شدنی و با اطمینان این استراتژی نسبت به دو استراتژی دیگر برتر است. بنابراین برطبق این استراتژی ما با داشتن تابع توزیع شناخته شده تقاضا در طی افق برنامه‌ریزی، یک برنامه تولید با اطمینان بالا و شدنی را ارائه می‌دهیم که از ابتدای افق برنامه‌ریزی زمان و مقدار تولید اندازه انباشته مشخص و شدنی است.

### ۳-۱-۲. نشانگرهای عملکردی سطح سرویس

نشانگرهای عملکرد سیستم موجودی، یا به عبارتی سطح سرویس، در شرایطی که تقاضا به صورت تصادفی رخ می‌دهد و امکان برآورده شدن دقیق و به‌موقع تمام تقاضاها وجود ندارد، به‌عنوان تنظیم‌کننده ارضای تقاضا در سیستم‌های تولیدی استفاده می‌شوند. این نشانگرها به دلیل دشواری در محاسبه هزینه‌های ناشی از کمبود موجودی و سفارش عقب‌افتاده (مانند هزینه عدم تمایل مشتری به خرید از سازمان یا از دست دادن مشتری)، اهمیت بسیار زیادی از لحاظ کاربردی دارند. به عبارت دیگر، این نشانگرها به سازمان‌های تولیدی کمک می‌کنند تا عملکرد سیستم‌هایشان را در شرایط پیچیده و تغییرپذیر تحت کنترل داشته باشند و به بهبود عملکرد و کاهش هزینه‌های احتمالی کمک کنند [۱۲].

موضوع زمان انتظار مشتری و اندازه‌گیری آن می‌تواند عامل مهمی در کسب رضایت مشتری باشد. در حقیقت، زمان انتظار مشتری برای ارضای تقاضا یکی از معیارهای مشتری‌مداری است. این نشانگرهای عملکردی، یا به عبارت دیگر، سطح سرویس که در تحقیقات و صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند، شامل موارد زیر می‌شوند:

(۱) سطح سرویس  $\alpha$ : این شاخص سطح سرویس، احتمال آن که تقاضا در طول دوره داده شده با مقدار موجودی در دست ابتدای دوره برآورده خواهد شد را اندازه‌گیری می‌کند. اگر این معیار برای یک دوره به کار گرفته شود به آن نرخ آمادگی یا سطح سرویس  $\alpha_p$  دوره می‌گویند. اگر طول زمان مورد نظر، مدت تحویل و یا چرخه ارضای تقاضا باشد  $\alpha_c$  به کار برده می‌شود.  $\alpha_p$  می‌تواند به‌عنوان میانگین سطح سرویس در نظر گرفته شود که در حقیقت میانگین عملکرد سیستم موجودی را در طی افق برنامه‌ریزی اندازه‌گیری می‌کند. در مقابل  $\alpha_c$  کم‌ترین مقدار سطح سرویس هر دوره را بیان می‌کند.

(۲) سطح سرویس  $\beta$ : این شاخص سطح سرویس در طی دوره‌های داده شده  $t$ ، با مقدار کل سفارش عقب‌افتاده و مقدار کل تقاضای وارد شده به سیستم ارتباط دارد. درحالی‌که سفارش عقب‌افتاده در دوره  $t$ ،  $BLt$ ، به تقاضای دوره  $t$ ،  $Dt$  و موجودی در دست ابتدای دوره  $t$  بستگی دارد. همچنین سطح سرویس  $\beta$  می‌تواند برای هر دوره محدود محاسبه شود.

اگر مقدار تقاضای تجمعی تا دوره  $t$  برابر با  $E\{CD^t\}$  و مقدار سفارش‌های عقب‌افتاده در این دوره  $E\{BL^t\}$  باشد، داریم:

$$\beta_t = 1 - \frac{E\{BL^t\}}{E\{CD^t\}} \quad (1)$$

برای دوره‌های زمانی کوچک‌تر، ممکن است تغییرپذیری بالایی داشته باشد. لذا به‌عنوان یک گزینه دیگر در برابر  $\beta_t$ ، سطح سرویس

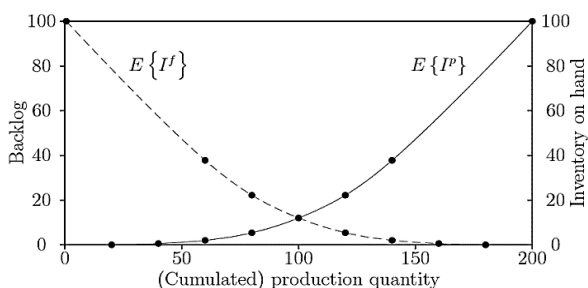
باشیم. محدودیت (۲۲) مقادیر معتبر متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد. جدول (۴) در پیوست اطلاعات امکان انتقال راه‌اندازی به دوره بعد را نشان می‌دهد.

### ۳-۳-۲. مدل پایه تقریبی خطی سازی شده مسأله

می‌توان توابع غیرخطی ارزش انتظاری پس‌افت و موجودی در دست را که در مدل پیشین معرفی شدند با توابع قطعه‌قطعه خطی تقریب زد. این روش برای یک محصول و در یک دوره در شکل ۳-۲ قابل مشاهده است [۳۶]. برای تقاضا با توزیع نرمال و میانگین ۱۰۰ و واریانس ۹۰۰ مجموع تولیدات برابر تولید در دوره مورد نظر است.

همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، تابع ارزش انتظاری  $E\{IF\}$  در ارتباط با مجموع تولید در محور زمان کاهش و تابع ارزش انتظاری موجودی فیزیکی یا در دست  $E\{IP\}$  در ارتباط با مجموع تولید در محور زمان افزایش می‌یابد.

باتوجه به شکل (۱)، توابع ارزش انتظاری از طریق ایجاد قطعاتی با کران‌های بالا و پایین محدودکننده در دوره  $t$  و بر روی محور افقی یا همان تولید تجمیعی تقریب زده می‌شوند، هرکدام از قطعات تقریب دارای کران بالا و پایینی است که با نقطه نشان داده شده است. متناظر این کران‌ها روی محور عمودی برای توابع ارزش انتظاری پس‌افت و موجودی فیزیکی مقداری به‌خود می‌گیرد. فاصله میان هر دو کران یا همان قطعه دارای شیب خطی است که در ادامه نحوه محاسبه آن آورده می‌شود. همان‌طور که در شکل واضح است مقدار تولید تجمیعی دارای کران پایین صفر و حداکثر تولید تجمیعی واقع بینانه و شدنی ۲۰۰ در هر دوره است.



شکل (۱). تابع ارزش انتظاری

### ۳-۳-۳. ظرفیت انتقال

اگرچه هزینه‌های ناشی از حمل‌ونقل بالغ بر ۵۰٪ هزینه‌های لجستیک را شامل می‌شوند [۳۹]، اما این موضوع اغلب در تحقیقات مربوط به مسائل اندازه انباشته و مدل‌سازی آن مورد غفلت واقع می‌شود. [۳۹-۴۳] از کسانی بودند که دغدغه مدل‌سازی مسائل اندازه انباشته را با در نظر گرفتن هزینه‌های حمل‌ونقل داشتند.

نوردن و ولدی مدل مسأله اندازه انباشته ارائه شده توسط [۴] را برای اندازه انباشته خرید و بدون محدودیت ظرفیت توسعه دادند و هزینه انتقال کالا بین نقاط مختلف جهت فروش محصول را با دو نوع ظرفیت حمل که از جانب تأمین‌کننده سرویس انتقال کالا محدود شده بود، در نظر گرفتند. ما نیز در این پژوهش با در نظر گرفتن رویکرد آن‌ها

تولید اجباری می‌کند. محدودیت (۶) توازن میان موجودی و مقدار تولید و تقاضا را بیان می‌کند که مقدار موجودی پایان دوره و تقاضا از جنس تصادفی و تولید قطعی است. محدودیت (۷) موجودی فیزیکی را با یک مقدار مثبت موجودی خالص نمایش می‌دهد. محدودیت (۸) مقدار پس‌افت را بلافاصله پس از تولید نمایش می‌دهد. محدودیت (۹) مقدار سفارش عقب‌افتاده را برای هر محصول و در هر دوره نشان می‌دهد که برابر با مقدار کمبود موجودی خالص است. محدودیت (۱۰) تضمین می‌کند که تمامی تقاضاها در انتهای افق برنامه‌ریزی ارضا شوند و شدنی بودن و اطمینان برنامه تولید را ضمانت می‌کند. محدودیت (۱۱) شاخص نرخ پاسخ یا سطح سرویس نوع  $\beta$  است که مجموع ارزش انتظاری سفارش عقب‌افتاده نسبت به مجموع ارزش انتظاری تقاضا را در سطح سرویس مورد رضایت تضمین می‌کند. محدودیت (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) نیز اشاره به مثبت بودن مقادیر تولید و اضافه‌کاری و صفر و یک بودن متغیر راه‌اندازی دارند.

### ۳-۳-۳. توسعه مدل ریاضی

#### ۳-۳-۱. امکان انتقال راه‌اندازی به دوره بعد

مدل تقریب‌زده شده خطی بالا را می‌توان به راحتی با در نظرگیری امکان انتقال راه‌اندازی به دوره بعد گسترش داد. این امکان در کاهش هزینه کل با کاهش هزینه راه‌اندازی مجدد نقش خود را ایفا می‌کند. بدین صورت که اگر در دوره  $t$  برای محصول  $k$  راه‌اندازی داشته باشیم و در دوره یا دوره‌های بعدی نیز قرار باشد این محصول تولید شود، با استقرار این امکان تنها به یکبار راه‌اندازی و در نتیجه یک هزینه به جای دو یا بیشتر هزینه راه‌اندازی پرداخت خواهیم کرد. تمپلمیر و هیلگر، برای حل این مدل تنها دو روش را در حال حاضر معرفی کردند. روش شاخه‌وبرش که روشی دقیق است و روش بهینه‌سازی استوار [۱۲]. این موضوع در ادبیات موضوع برای مدل‌های قطعی به شکل مکرر در مدل‌سازی مدل‌های اندازه انباشته به کار گرفته شده است [۳۷] و [۳۸]. برای توسعه مدل علائم اضافی را تعریف و مدل گسترش‌یافته را ارائه می‌دهیم:

متغیر صفر و یک  $\varphi_{kt}$  نشان می‌دهد که اگر محصول  $k$  در دوره  $t - 1$  تولید شده باشد و یا زودتر از آن، وضعیت راه‌اندازی به دوره  $t$  انتقال می‌یابد و مقدار یک به خود می‌گیرد. متغیر پیوسته  $\omega_t$  برای اطمینان از اینکه هیچ راه‌اندازی برای هر محصولی در دوره  $t$  اتفاق نمی‌افتد اگر برای دو دوره متوالی  $t$  و  $t + 1$  منبع تولیدی در وضعیت راه‌اندازی باشد. به عبارتی نشان می‌دهد که هیچ راه‌اندازی اتفاق نمی‌افتد.

محدودیت (۱۸) نشان می‌دهد که تنها برای یک محصول در هر دوره امکان انتقال راه‌اندازی وجود دارد. محدودیت (۱۹) نشان‌دهنده این است که تنها در صورتی امکان انتقال راه‌اندازی به دوره  $t$  وجود دارد که در دوره  $t - 1$  یا قبل از آن راه‌اندازی اتفاق افتاده باشد. محدودیت (۲۰) اطمینان می‌دهد که تنها در صورتی که  $\omega_t = 1$  باشد، امکان انتقال راه‌اندازی پی‌درپی وجود دارد. محدودیت (۲۱) مقدار  $\omega_t$  را اجباراً برابر صفر قرار می‌دهد در صورتی که در دوره  $t$  راه‌اندازی داشته

#### ۴. حل مدل

در این بخش به حل مدل پیشنهادی می‌پردازیم.

#### ۴-۱. روش حل

برای حل مدل غیرخطی ارائه شده، از حل‌کننده BONMIN در نرم‌افزار بهینه‌سازی گمز و با رایانه‌ای با مشخصات فنی جدول (۵) استفاده کرده‌ایم.

جدول (۵). مشخصات رایانه مورد استفاده

پردازنده	رم	نسخه سیستم‌عامل	نسخه گمز	حل‌کننده
Core i5-2430	6 G	W7 64	24.7	BONMIN

همچنین، مقدار گزینه  $Optcr$  که در نرم‌افزار تعیین می‌شود، برابر با صفر در نظر گرفته شده است. این گزینه به‌طور اختیاری معیار پایان حل را با بررسی رابطه (۴) در نظر می‌گیرد. مقدار پیش‌فرض این گزینه  $0/1$  در نظر گرفته می‌شود. بهترین راه حل BP و بهترین جواب ممکن BF است.

$$Optcr < (|BF|) / (1.0e-10 + |BF|) \quad (۴)$$

مبنای اصلی این حل‌کننده بر روش‌های شاخه‌وکران و شاخه‌وبرش و ترکیبی از آن‌ها است. حل‌کننده مذکور از شش الگوریتم برای حل مدل استفاده می‌کند. الگوریتم‌های ارائه شده برای حل مدل‌های نوع محدب دارای حل دقیق و برای مدل‌های غیرمحدب ابتکاری است. ما با استفاده از امکانات موجود در نرم‌افزار گمز مدل را به‌ازای هر الگوریتم حل کرده‌ایم و تحلیل حساسیت را با افزایش تدریجی در شاخص سطح سرویس مورد بررسی قرار داده‌ایم. مشخصات این الگوریتم‌ها و مرجع آن‌ها در جدول (۶)، خلاصه شده است.

#### ۴-۲. روش تولید داده‌ها

برای حل مدل ارائه‌شده یک سیستم تولیدی تک‌منبعه، تک‌سطحی و تک‌محصولی در ۱۲ دوره زمانی با تقاضای غیرقطعی در نظر گرفته شده و برای تولید داده‌های تقاضای پویا و تصادفی، از قابلیت‌های نرم‌افزار گمز بهره‌گیری شده است. تقاضاها دارای توزیع نرمال با میانگین ۱۰۰ و انحراف استاندارد ۳۰ هستند. همچنین برای تولید برخی پارامترها از اطلاعات مدل [۳۶] استفاده شده است که تفصیل آن‌ها در جدول (۷) آمده است.

#### ۴-۳. نتایج حل و تحلیل حساسیت

در ادامه نتایج حل مدل با تغییر تدریجی به‌میزان  $0/05$  در سطح سرویس از  $0/49$  تا  $0/99$  آورده می‌شود. مدل غیرخطی ارائه شده با این تغییر در مقدار سطح سرویس، به‌ازای همه الگوریتم‌های پیشنهادی حل و نتایج ارائه شده است. حداکثر زمان مجاز اجرا در هر تکرار ۳۰۰ ثانیه بوده است. اهم نتایج قابل برداشت در زیر آورده شده است:

(۱) با افزایش سطوح سرویس به‌ازای هر دو نوع، شاهد افزایش مقدار تابع هدف هستیم. در نوع  $\beta$ ، این افزایش زودتر آغاز و با شیب ملایم‌تری به حداکثر خود در سطوح سرویس  $0/94$  تا  $0/99$  می‌رسد. در نوع  $\delta$  این تغییر دیرتر آغاز شده ولی با شیب بیشتری به حداکثر خود می‌رسد. روند تغییر تابع هدف به‌ازای هر الگوریتم

در انتقال کالا نوعی از محدودیت انتقال را به مسأله می‌افزاییم. همچنین هزینه ناشی از حمل‌ونقل را به تابع هدف مدل اضافه می‌کنیم. نتایج حاصل از این توسعه مدل و تحلیل حساسیت آن در بخش بعد به تفصیل آمده است.

برای توسعه مدل، فرض می‌کنیم که دو وسیله انتقال کالای نهایی برای پردازش در مرحله بعد و ارسال به سمت مشتری وجود دارد. اولین وسیله دارای ظرفیت محدود و در تعداد مشخص در اختیار سازمان است، که هزینه‌ای پایین‌تر از وسیله دوم دارد. وسیله دوم اجاره‌ای بوده و در تعداد نامحدود با ظرفیت مشابه وسیله اول می‌باشد. برای مدل‌سازی، فرض می‌شود که تعداد وسیله انتقال اول در ابتدای هر دوره برنامه‌ریزی از طریق یک توزیع یونیفرم محاسبه می‌شود. در ادامه، روش توسعه مدل شرح داده می‌شود.

دارای دو وسیله انتقال کالا با ظرفیت‌های یکسان و تعداد متفاوت هستیم. هر وسیله قابلیت انتقال کالا به میزان  $P$  را در خود دارد. از وسیله اول تنها به میزان  $R$  برای هر دوره  $t$  در دسترس است، هزینه این وسیله برابر  $ca$  می‌باشد. اگر تعداد کالای تولید در هر دوره بیش از مقدار  $R$  باشد آنگاه مازاد کالاها با وسیله دوم و تعداد نامحدود و هزینه  $cb$  انتقال داده می‌شود. یک هزینه پردازش اولیه  $pc$  نیز در هر انتقال داریم. اگر تابع  $f(t)$  را تابع هزینه انتقال کالا در نظر بگیریم، با توجه به موارد ذکر شده خواهیم داشت: تابع هدف (۲۳) با اضافه شدن هزینه حمل‌ونقل (انتقال کالا) به‌ازای وسایل نوع اول و دوم توسعه داده شده است. سایر مفروضات و محدودیت‌ها قبلاً اشاره شدند. محدودیت (۲۴) برای محاسبه تعداد وسایل انتقال مورد نیاز و در محدودیت (۲۵) نشان می‌دهد که تعداد وسایل نقلیه موجود از نوع ۱ محدود به  $R$  (کران بالا). محدودیت (۲۶) بیان می‌کند که تعداد وسایل انتقال اول و دوم از جنس اعداد طبیعی هستند. درحقیقت تصمیم‌گیرنده با تخمین کران بالای در دسترس بودن وسیله انتقال کالای نوع اول و محاسبه تعداد وسایل مورد نیاز برای انتقال با توجه به مجموع اندازه انباشته‌های تولید و تقسیم آن‌ها بر ظرفیت هر وسیله، ابتدا تضمین می‌کند که همه وسایل نوع اول پر شود و در صورت وجود مازاد سراغ وسایل نوع دوم می‌رود. بدین ترتیب در ابتدای افق برنامه‌ریزی تصمیم‌گیرنده امکان رعایت تمهیدات مناسب را برای تأمین وسایل نوع دوم و همچنین راه‌اندازی و آماده به‌کار نگهداشتن وسایل نوع اول خواهد داشت و نهایتاً برنامه تولیدشدنی و با اطمینان بالایی را در طی افق برنامه‌ریزی به اجرا خواهد گذاشت. اطلاعات مدل ظرفیت در جدول (۵) پیوست تشریح شده است.

#### ۳-۳-۴. شاخص سطح سرویس $\delta$

محدودیت (۱۱) را می‌توان با نوع سطح سرویس  $\delta$  جایگزین کرد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_{t \in T} E[BL_{kt}] \leq \quad \forall k \quad (۳)$$

$$(1 - \beta_t) \cdot \sum_{t \in T} (T - t + 1) \cdot E[D_{kt}],$$





B-Hyb $\delta$	B-QG $\delta$	B-OA $\delta$	B-BB-B $\delta$	B-Hyb $\beta$	B-QG $\beta$	B-OA $\beta$	B-BB $\beta$	سطح سرویس
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۰/۵۴
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۰/۵۹
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۰/۶۴
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۰/۶۹
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۰/۷۴
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۰/۷۹
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۷۸/۰۸	۷۸/۰۸	۷۸/۰۸	۷۸/۰۸	۰/۸۴
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۷۸/۰۸	۱۰۹/۴۹	۱۰۹/۴۹	۱۰۹/۴۹	۰/۸۹
۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۵۵/۶۳	۱۴۹/۳۰	۱۴۹/۳۰	۱۴۹/۳۰	۱۴۹/۳۰	۰/۹۴
۱۴۴/۴۵	۱۴۴/۴۵	۱۴۴/۴۵	۱۴۴/۴۵	۱۴۹/۳۰	۱۴۹/۳۰	۱۴۹/۳۰	۱۴۹/۳۰	۰/۹۹

lot-sizing with a transportation capacity reservation contract. *European Journal of Operational Research*, 165(1), 127-138.

- [9] Tempelmeier, H. (2011). A column generation heuristic for dynamic capacitated lot sizing with random demand under a fill rate constraint. *Omega*, 39(6), 627-633.
- Helber, S., & Sahling, F. (2010). A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics*, 123(2), 247-256.
- [10] Pochet, Y., & Wolsey, L. A. (2006). *Production planning by mixed integer programming*. Springer Science & Business Media.
- [11] Tempelmeier, H., & Hilger, T. (2015). Linear programming models for a stochastic dynamic capacitated lot sizing problem. *Computers & Operations Research*, 59, 119-125.
- [12] Brahim, N., Dauzere-Peres, S., Najid, N. M., & Nordli, A. (2006). Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 168(1), 1-16.
- [13] Jans, R., & Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6), 1619-1643.
- [14] Jans, R.; Degraeve, Z. (2007). Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research*, 177 (3), 1855- 1875.
- [15] Buschkühl, L., F. Sahling, S. Helber and H. Tempelmeier (2010). "Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approach", *OR Spectrum* 32, 2, 231-261.
- [16] Florian, M., J. K. Lenstra and A. Rinnooy Kan (1980). "Deterministic production planning: Algorithms and complexity", *Management Science* 26, 7, 669-679.
- [17] Trigeiro WW (1989) A simple heuristic for lot sizing with setup times. *Decis Sci* 20:294-303.
- [18] Garey M, Johnson D (1979) *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*. Freeman, New York.
- [19] Sox C, Jackson P, Bowman A, Muckstadt J. (1999). A review of the stochastic lot scheduling problem. *Int J Prod Econ*; 62:181-200.
- [20] Winands E, Adan I, van Houtum G. The stochastic economic lot scheduling problem: a survey. *Eur J Oper Res* 2011; 210:1-9.
- [21] Tempelmeier, H. (2013). Stochastic lot sizing problems. In *Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Operations* (pp. 313-344). Springer New York.
- [22] Raa, B. & Aghezzaf, E. J (2005). A robust dynamic planning strategy for lot-sizing problems with stochastic

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی

اندازه‌گیری دقیق هزینه‌های ناشی از کمبود موجودی در مدل‌های با مقادیر تقاضای تصادفی، در بیشتر مواقع نشدنی است. وجود معیار کنترل‌کننده‌ای که بتواند این کمبود را براساس سیاست‌های سازمان و تصمیم‌گیرندگان تنظیم کند بسیار حائز اهمیت است. در این پژوهش و با تست نتایج مشخص شد که سازمان به‌ازای پذیرش هزینه افزایش میزان موجودی، از کمبود و هزینه‌های به مراتب بیشتر در ازای کمبود، جلوگیری می‌کند و این کار را با تعیین مقادیر شاخص سطح سرویس انجام می‌دهد. همان‌طور که نتایج هم نشان داد، دو الگوریتم B-iFP و B-ECP از شش الگوریتم ابتکاری پیشنهادی، قادر به حل مدل نبودند. همچنین نتایج حل نشان می‌داد که زمان به‌نتیجه رسیدن دو الگوریتم B-OA و B-QG از الگوریتم‌های B-B و B-Hyb کم‌تر است و با سرعت بیشتری اجرا و به جواب می‌رسد. همچنین در سطوح بالای سطح سرویس، شاخص سطح سرویس نوع  $\beta$  از نوع  $\delta$  سخت‌گیرانه‌تر است و به‌عبارتی هزینه‌های بیشتری را به سازمان به‌جهت مقابله با کمبود تحمیل می‌کند. توسعه‌ی مدل و روش‌های حل، یکپارچه‌سازی آن با زمان‌بندی تولید و حمل‌ونقل ازجمله پیشنهاداتی است که نویسندگان در پژوهش‌های آتی می‌توانند آن را در نظر بگیرند.

## مراجع

- [1] Chen, H. (2015). Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. *Omega*, 56, 25-36.
- [2] Harris, F. W. (1990). How many parts to make at once? *Operations Research*, 947-950.
- [3] Rogers, J. (1958). A computational approach to the economic lot scheduling problem. *Management Science*, 4(3), 264-291.
- [4] Wagner, H. M. and T. M. Whitin (1958)., "Dynamic version of the economic lot size model", *Management Science* 5, 1, 89-96.
- [5] Aloulou MA, Dolgui A, Kovalyov MY (2014) A bibliography of non-deterministic lot-sizing models. *Int J Prod Res* 52:2293-2310.
- [6] Drexl A, Kimms A (1997) Lot sizing and scheduling: survey and extensions. *Eur J Oper Res* 99:221-235.
- [7] Karimi B, Fatemi Ghomi SMT, Wilson JM (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*; 31:365-78.
- [8] van Norden, L., & van de Velde, S. (2005). Multi-product

- [42] Burwell, T.H., Dave, D.S., Fitzpatrick, K.E., Roy, M.R., 1997. Economic lot size model for price dependent demand under quantity and freight discounts. *International Journal of Production Economics* 48, 141–155.
- [43] Bertazzi, L., Speranza, M.G., 1999. Models and algorithms for the minimization of inventory and transportation costs: A survey. In: Speranza, M.G., Ståhly, P. (Eds.), *New Trends in Distribution Logistics*. Springer.
- [44] Vroblefski, M., Ramesh, R., Zionts, S., 2000. Efficient lot-sizing under a differential transportation cost structure for serially distributed ware-houses. *European Journal of Operational Research* 127, 574–593.
- [45] Maes, J., & Van Wassenhove, L. N. (1986). A simple heuristic for the multi-item single-level capacitated lot-sizing problem. *Operations research letters*, 4(6), 265-273.
- [46] De Smet, N., Minner, S., Aghezzaf, E. H., & Desmet, B. (2020). A linearisation approach to the stochastic dynamic capacitated lot-sizing problem with sequence-dependent changeovers. *International Journal of Production Research*, 58(16), 4980-5005.
- [47] Tavaghoof-Gigloo, D., & Minner, S. (2021). Planning approaches for stochastic capacitated lot-sizing with service level constraints. *International Journal of Production Research*, 59(17), 5087-5107.
- [48] Mohammadi, M. (2020). Designing an integrated reliable model for stochastic lot-sizing and scheduling problem in hazardous materials supply chain under disruption and demand uncertainty. *Journal of Cleaner Production*, 274, 122621.
- [49] Tirkolaee, E.B., Mardani, A., Dashtian, Z., Soltani, M., Weber, G.W., 2020. A novel hybrid method using fuzzy decision making and multi-objective programming for sustainable-reliable supplier selection in two-echelon supply chain design. *J. Clean. Prod.* 250, 119517.
- [50] Gholizadeh, H., Fazlollahtabar, H., Khalilzadeh, M., 2020. A robust fuzzy stochastic programming for sustainable procurement and logistics under hybrid uncertainty using big data. *J. Clean. Prod.* 258, 120640.
- [51] Hasan, R. B. (2023). *Improvement to an existing multi-level capacitated lot sizing problem with setup carryover, backloging, and emission control* (Doctoral dissertation, University of Windsor (Canada)).
- [52] Marco A. Duran and Ignacio E. Grossmann. An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs. *Mathematical Programming*, 36(3):307–339, 1986.
- [53] Roger Fletcher and Sven Leyffer. Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation. *Mathematical Programming*, 66(1-3):327–349, 1994.
- [54] Ignacio Quesada and Ignacio E. Grossmann. An LP/NLP based branch and bound algorithm for convex MINLP optimization problems. *Computers & Chemical Engineering*, 16(10-11):937–947, 1992.
- [55] P. Bonami, A. Wächter, L. T. Biegler, A. R. Conn, G. Cornuéjols, I. E. Grossmann, C. D. Laird, J. Lee, A. Lodi, F. Margot, and N. W. Sawaya. An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs. *Discrete Optimization*, 5(2):186–204, 2008.
- [56] K. Abhishek, S. Leyffer, and J. T. Linderoth. FilMINT: An outer-approximation-based solver for nonlinear mixed integer programs. *INFORMS Journal on Computing*, 22(4):555–567, 2010.
- [57] P. Bonami, G. Cornuéjols, A. Lodi, and F. Margot. A feasibility pump for mixed integer nonlinear programs. *Mathematical Programming*, 119(2):331–352, 2009.
- demands, *Intell Manuf*16: 207. doi:10.1007/s10845-004-5889-3.
- [23] Brandimarte P. (2006). Multi-item capacitated lot-sizing with demand uncertainty. *Int J Prod Res*;44(15):2997–3022.
- [24] Sox C, Muckstadt J. (1997). Optimization-based planning for the stochastic lot scheduling problem. *IIE Trans*;29(5):349–57.
- [25] Martel A, Diaby M, Boctor F. (1995). Multiple items procurement under stochastic nonstationary demands. *European Journal of Operational Research*;87(1):74–92.
- [26] Tempelmeier, H., & Herpers, S. (2011). Dynamic uncapacitated lot sizing with random demand under a fillrate constraint. *European Journal of Operational Research*, 212(3), 497-507.
- [27] Bookbinder, J. and J.-Y. Tan (1988). Strategies for the probabilistic lot-sizing problem with service-level constraints. *Management Science* 34, 1096–1108.
- [28] Tempelmeier, H. (2007). On the stochastic uncapacitated dynamic single-item lot sizing problem with service level constraints. *European Journal of Operational Research*, 181(1), 184-194.
- [29] Vargas, V. (2009). An optimal solution for the stochastic version of the WagnerWhitin dynamic lot-size model. *European Journal of Operational Research* 198,447–451.
- [30] Tarim, S. A., & Kingsman, B. G. (2006). Modeling and computing (R n, S n) policies for inventory systems with non-stationary stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, 174(1), 581-599.
- [31] Tunc, H., O. Kilic, S. A. Tarim, and B. Eksioğlu (2011). The cost of using stationary inventory policies when demand is non-stationary. *Omega* 39, 410–415.
- [32] Rossi, R., Kilic, O. A., & Tarim, S. A. (2015). Piecewise linear approximations for the static–dynamic uncertainty strategy in stochastic lot-sizing. *Omega*, 50, 126-140.
- [33] Helber S, Sahling F, Schimmelpfeng K. Dynamic capacitated lot sizing with random demand and dynamic safety stocks. *OR Spectrum* 2013;35(1):75–105.
- [۳۴] فخرزاد، محمدباقر؛ و علی‌نژاد، اسماعیل، (۱۳۹۲). «برنامه‌ریزی و زمان‌بندی پیشرفته با در نظر گرفتن اثر یادگیری در سیستم‌های ساخت کارگاهی انعطاف‌پذیر». نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، (۱): ۱۳-۲۴.  
[https://ier.basu.ac.ir/article\\_493\\_1.html](https://ier.basu.ac.ir/article_493_1.html)
- [۳۵] مختاری، قاسم، و ابوالفتحی، مینا. (۱۳۹۹). زمان‌بندی تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر با منابع دوگانه‌ی محدود و اهداف لکزیکوگراف. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۸(۱۷): ۲۹۵-۳۰۹.  
doi: 10.22084/ier.2021.22227.1978
- [36] Hilger, T. J. (2015). *Stochastic Dynamic Lot-Sizing in Supply Chains*. BoD–Books on Demand.
- [37] Haase K (1994) Lotsizing and scheduling for production planning. Lecture notes in economics and mathematical systems, vol 408. Springer, Berlin.
- [38] Suerie C, Stadtler H. The capacitated lot-sizing problem with linked lot sizes. *Manag Sci* 2003; 49:1039–54.
- [39] Swenseth, S.R., Godfrey, M.R., 2002. Incorporating transportation costs into inventory replenishment decisions. *International Journal of Production Economics* 77, 113–130.
- [40] Tersine, R.J., Barman, S., 1991. Lot size optimization with quantity and freight rate discounts. *Logistics and Transportation Review* 27(4), 319–332.
- [41] Carter, J.R., Ferrin, B.G., 1996. Transportation costs and inventory management: Why transportation costs matter. *Production and Inventory Management Journal* 37 (3), 58–62.

پیوست

جدول (۱). خلاصه مرور ادبیات مسأله اندازه انباشته تصادفی

نویسنده	سال	نوع مدل	نوآوری
Wagner and Whitin	1985	LSP	
Maes and Wassenhove	1986	LSP	ارائه شده (قطعی) A/B/C روش حل
Karimi et al.	2003	CLSP	دسته‌بندی CLSP
Muckstadt et al.	1997	CLSP	دسته بندی CLSP
Sox et al.	1999	CLSP	مروری
Winands et al.	2011	CLSP	مروی
Tempelmeier	2011	CLSP	مروری
Sox and Muckstadt	1997	SCLSP	هزینه موجودی اضافی
Brandimarte	2006	SCLSP	رویکرد درخت سناریو
Tempelmeier and Herpers	2010	SDCLSP	سطح خدمات ( $\beta$ ) یا نرخ پر کردن
Tempelmeier	2011	SDCLSP	با یک الگوریتم ابتکاری تولید ستون $ABC\beta$ ترکیب روش
Helber et al.	2013	SDCLSP	MILP و مدل $\delta$ سطح خدمات
Tempelmeier and Hilger	2015	SDCLSP	MILP مدل
Chen	2015	SDCLSP	گسترش مدل
Norden and Velde	2005	LSP	قراردادهای رزرو ظرفیت لجستیک
Niels De Smet et al.	2020	SDCLSP	MILP مدل
Mohammadi	2020	LSP	MILP مدل
Tirkolaee et al.	2020	LSP	(WGP) تصمیم‌گیری چندمعیاره براساس منطق فازی و برنامه‌ریزی هدف‌محور با وزن
Gholizadeh et al.	2020	LSP	مدل ابتکاری و MILP
Tavaghoof-Gigloo et al.	2021	SCLSP	سطح سرویس
Bin Hasan	2023	MLCLSP	روش تجزیه
این پژوهش	2024	SDCLSP	Branch-and-Cut و روش (MILP) مدل برنامه‌ریزی صحیح مخلوط

جدول (۲). مشخصات مدل‌سازی مدل غیرخطی

اندیس‌ها		
k	$k \in \{1, \dots, K\}$	مجموعه محصولات
t	$t \in \{1, \dots, T\}$	مجموعه دوره‌ها
پارامترهای قطعی		
$b_t$		ظرفیت در دسترس دوره t
$\beta_t$		سطح سرویس
$hc_k$		هزینه نگهداری هر واحد محصول k
M		عدد بزرگ
oc		هزینه اضافه‌کاری هر واحد محصول در زمان اضافه
$sc_k$		هزینه راه‌اندازی محصول k
$tb_k$		زمان تولید هر واحد محصول k
$ts_k$		زمان راه‌اندازی هر واحد محصول k
$u_{klt}$		مقدار تولید تجمع برای قطعه l و در دوره t برای محصول k است

متغیرهای تصادفی پارامتری

$BL_{kt}$	سفارش عقب‌افتاده محصول $k$ در انتهای دوره $t$
$D_{kt}$	تقاضای محصول $k$ در دوره $t$
$I_{kt}$	موجودی خالص محصول $k$ در انتهای دوره $t$
$IFP_{kt}$	پس‌افت پس از تولید محصول $k$ در دوره $t$
$IFE_{kt}$	پس‌افت محصول $k$ در انتهای دوره $t$
$IP_{kt}$	موجودی در دست محصول $k$ در انتهای دوره

مجموعه متغیرهای تصمیم

$o_t$	اضافه‌کاری در دوره $t$
$q_{kt}$	مقدار تولید یا اندازه انباشته محصول $k$ در دوره $t$
$x_{kt}$	متغیر تصادفی باینری راه‌اندازی محصول $k$ در دوره $t$

تابع هدف و محدودیت‌ها

$$\min z = \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} hc_k \cdot E[IP_{kt}] + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} sc_k \cdot x_{kt} + \sum_{t \in T} oc \cdot o_t \quad (۳)$$

s.t:

$$\sum_{k \in K} (tc_k \cdot x_{kt} + tb_k \cdot q_{kt}) \leq b_t + o_t, \quad \forall t \quad (۴)$$

$$q_{kt} - M \cdot x_{kt} \leq 0, \quad \forall k, t \quad (۵)$$

$$I_{k,t-1} + q_{kt} - I_{kt} = D_{kt}, \quad \forall k, t \quad (۶)$$

$$IFP_{kt} = \max(0, I_{kt}), \quad \forall k, t \quad (۷)$$

$$IFE_{kt} = \max(0, -Y_{kt}), \quad \forall k, t \quad (۸)$$

$$BL_{kt} = \max(0, -I_{kt}), \quad \forall k, t \quad (۹)$$

$$\sum_{t \in T} q_{kt} \geq \sum_{t \in T} E[D_{kt}], \quad \forall k \quad (۱۰)$$

$$\sum_{t \in T} E[BL_{kt}] \leq (1 - \beta_t) \cdot \sum_{t \in T} E[D_{kt}], \quad \forall k \quad (۱۱)$$

$$q_{kt} \geq 0, \quad \forall k, t \quad (۱۲)$$

$$o_t \geq 0, \quad \forall t \quad (۱۳)$$

$$x_{kt} \in \{0,1\}, \quad \forall k, t \quad (۱۴)$$

$$E\{IFE_{kt}\} = E \left[ \max(0; \sum_{\tau=1}^t D_{k\tau} - u_{k\tau l}) \right]. \quad \text{ارزش انتظاری پس‌افت در انتهای دوره} \quad (۱۵)$$

$$E\{IFP_{kt}\} = E \left[ \max(0; \sum_{\tau=1}^{t-1} D_{k\tau} - u_{k\tau l}) \right]. \quad \text{ارزش انتظاری پس‌افت پس از تولید} \quad (۱۶)$$

$$E\{IP_{kt}\} = E \left[ \max(0; u_{k\tau l} - \sum_{\tau=1}^t D_{k\tau}) \right]. \quad \text{ارزش انتظاری موجودی در دست در انتهای دوره} \quad (۱۷)$$

جدول (۴). اطلاعات مدل ظرفیت انتقال امکان انتقال راهاندازی به دوره بعد

مجموعه متغیرهای تصمیم		
$\varphi_{kt} \in \{0,1\}$ ,	متغیر صفر و یک که مشخص می کند منبع تولیدی در ابتدای دوره $t$ و برای محصول $k$ در وضعیت راهاندازی است.	
$\omega_t$ ,	متغیر نمایشگر که مقدار یک را وقتی که راهاندازی در دوره $t$ نداشته باشیم به خود می گیرد.	
محدودیت‌ها		
$\sum_{k=1}^K \varphi_{kt} \leq 1,$	$\forall t$	(۱۸)
$\varphi_{kt} \leq x_{k,t-1} + \varphi_{k,t-1},$	$\forall k, t \geq 2$	(۱۹)
$\varphi_{kt} + \varphi_{k,t+1} \leq 1 + \omega_t,$	$\forall k, 2 \leq t \leq T - 1$	(۲۰)
$\omega_t + x_{kt} \leq 1,$	$\forall k, t$	(۲۱)
$x_{k0} = 0, \varphi_{k1} = 0,$	$\forall k$	(۲۲)

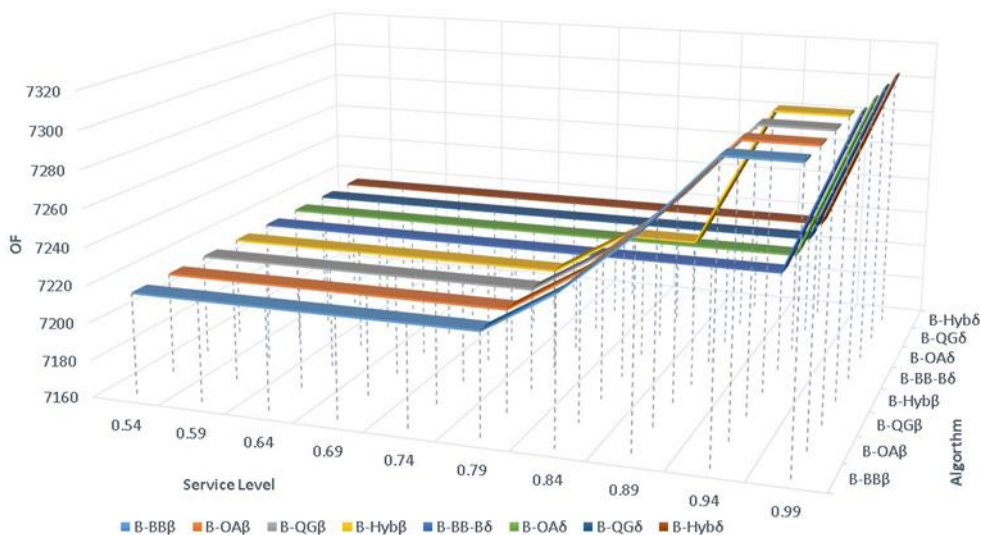
جدول (۵). اطلاعات مدل ظرفیت انتقال

$f(r) = \begin{cases} pc + r.ca, & r \leq R \\ pc + r.ca + (r - R).cb, & r \geq R \end{cases}$ (۲۰)		
پارامترها		
$R$	ظرفیت در دسترس وسیله اول در دوره $t$	
$ca$	هزینه انتقال با وسیله اول	
$cb$	هزینه انتقال با وسیله دوم	
$p$	ظرفیت هر وسیله	
متغیرهای تصمیم		
$A_t$	تعداد وسیله مورد استفاده در دوره $t$ از نوع اول	
$B_t$	تعداد وسیله مورد استفاده در دوره $t$ از نوع دوم	
محدودیت‌ها		
$\sum_{t=1}^T (pc + A_t.ca + B_t.cb)$	(۲۳)	
$s.t$		
$B_t + A_t \geq \frac{1}{p} \cdot \sum_{k=1}^K q_{kt}, \forall t$	(۲۴)	
$0 \leq A_t \leq R, \forall t$	(۲۵)	
$A_t, B_t \in N$	(۲۶)	

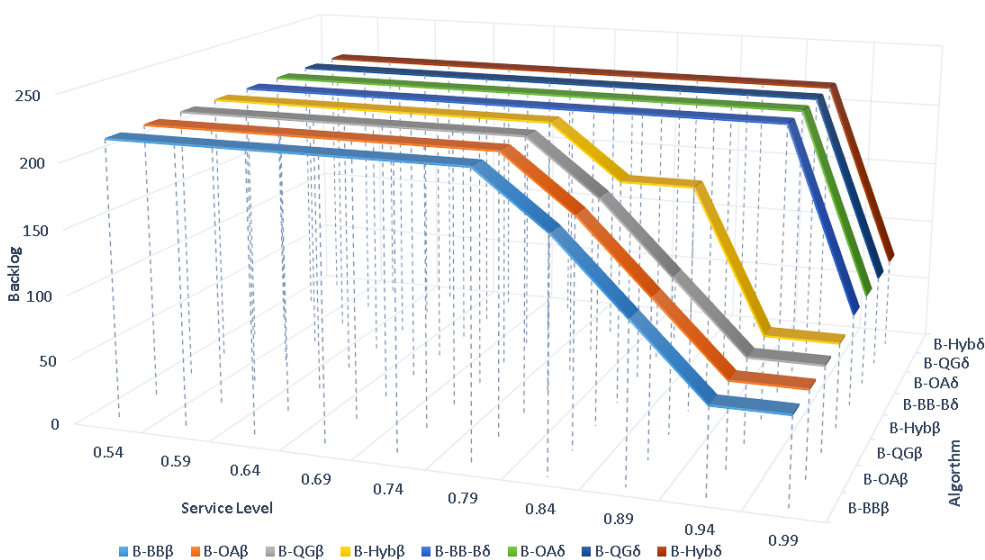
جدول (۷). الگوریتم‌های مورداستفاده در حل مدل

مرجع	شرح	کد الگوریتم
[۵۳]	یک الگوریتم شاخه و کران ساده را اجرا می کند (* به طور پیش فرض اجرا می شود)	$BB-B^*$
[۵۴] و [۵۵]	یک برآورد خارجی مبتنی بر تجزیه و تکرار و بهبود برای حل زیر مسائل غیرخطی ایجاد شده	$B-OA$
[۵۶]	یک برآورد خارجی مبتنی بر شاخه و برش و بهبود به وسیله شاخه زدن بر متغیرهای عدد صحیح	$B-QG$
[۵۷]	یک الگوریتم ترکیبی از الگوریتم‌های $BB-B^*$ و $B-QG$	$B-Hyb$
[۵۲]	یک برآورد خارجی مبتنی بر شاخه و برش	$B-ECP$
[۵۲]	الگوریتم تکرار شونده "پمپ شدنی"	$B-IFP$

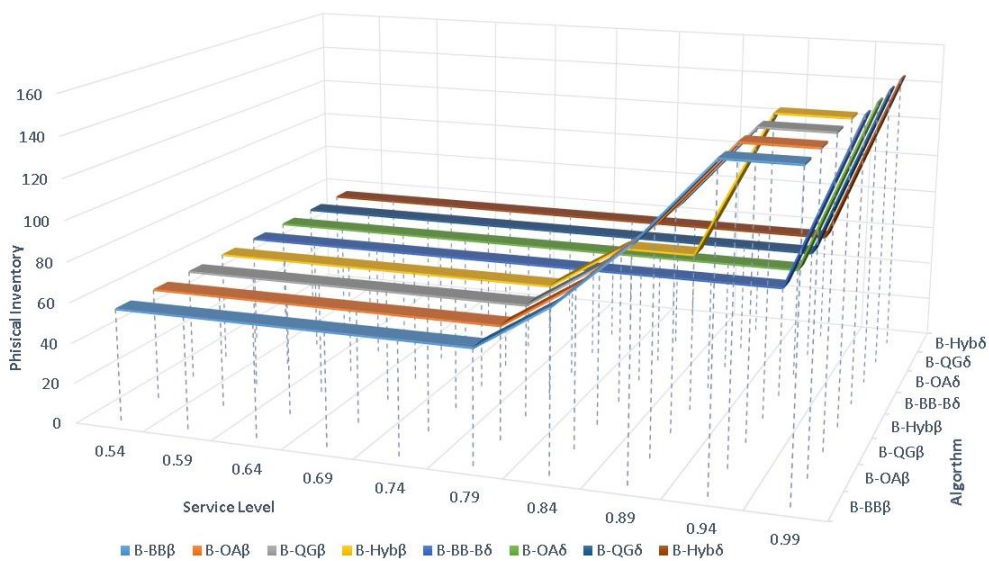
الگوریتم  $B-Hyb$  در مجموعه مسائل واقعی در ابعاد بالا گزینه انتخابی معقولی است.



شکل (۲). تغییرات تابع هدف



شکل (۳). تغییرات تقاضای پس‌افت



شکل (۴). تغییرات موجودی فیزیکی



DOI: <https://dx.doi.org/10.22084/IER.2024.5573>

## The Probabilistic Dynamic Lot Sizing Model in Production and Transportation Network with Service Levels

Babak Javadi<sup>1\*</sup>, Sajad Hedayati<sup>2</sup>, Mona Karimi<sup>3</sup>, Mohammad Reza Abdali<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Farabi, University of Tehran, Iran

<sup>2</sup> M.A. in Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Faculty of Farabi, University of Tehran, Iran

<sup>3</sup> M.A. industrial Management, Department of Management and Accounting, Faculty of Farabi, University of Tehran, Iran

<sup>4</sup> M.A. Student in Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Faculty of Farabi, University of Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### **Article history:**

Received 30 September 2023

Accepted 16 January 2024

#### **Keywords:**

Production Planning

Lot Sizing

Probabilistic Demand

Static Uncertainty Strategy

Service Level

### ABSTRACT

In this research, a model of the possible dynamic cumulative size of a single product with random demand and capacity limitations in the production and transportation network has been developed to minimize the total costs of maintenance, start-up, and overtime. In the proposed model, there is a possibility of transferring the launch of goods to the next period, which plays a significant role in reducing the cost of restarting. Static uncertainty strategies and various service level performance indicators are considered to limit the amount of post-drop demand. Common commercial agents have been used. It is demonstrated by the sensitivity analysis of the proposed model and its analysis at the level of different services that it is performing and efficient, and it also provides a more realistic perspective for planning in the face of uncertain demand conditions.

\* Corresponding author. B. Javadi

Tel.:021-57243238; E-mail address: [babakjavadi@ut.ac.ir](mailto:babakjavadi@ut.ac.ir)