نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
IERPS
نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
ISSN: 2345-2269
سال یازدهم، شماره بیست و دوم، بهار و تابستان ۱۴۰۲، صفحه ۱۵۹-۱۶۹
www.ier.basu.ac.ir
DOI: 10.22084/IER.2023.5423

ارائه یک مدل انحصار دوجانبه کورنو برای رقابت بین زنجیره‌ها با درنظر گرفتن بازاریاب‌ها در زنجیره‌های تأمین سه‌سطحی: یک رویکرد نظریه بازی

حسین خسروشاهی[1*]، مهدی نظامی[2]

۱. استادیار، دانشکدهٔ مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۴۰۱/۱۱/۲۲
پذیرش ۱۴۰۲/۲/۱۰
(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:
مدیریت زنجیره‌تأمین
بازاریاب
قیمت‌گذاری
نظریه بازی
کورنو

خلاصه

در این مقاله، یک بازار کورنو با انحصار دوجانبه درنظر گرفته خواهد شد که شامل دو زنجیره‌تأمین رقیب می‌باشد. در هر زنجیره‌تأمین، یک تولیدکننده، یک ویزیتور و یک خرده‌فروش عمومی وجود دارد. خرده‌فروش بین دو زنجیره‌تأمین مشترک می‌باشد. در این مقاله برای اولین بار مسأله استفاده تولیدکننده از ویزیتورها برای جذب هرچه بیشتر خرده‌فروش‌ها مورد بررسی قرار خواهد گرفت. وظیفه هر ویزیتور این است که هزینه‌هایی را که در این مقاله هزینه‌های ویزیت نامیده شده است، برای ویزیت خرده‌فروشان و تلاش در جهت متقاعد کردن آن‌ها برای خرید بیشتر کالا پرداخت کند و سعی در فروش هرچه بیشتر محصولات خود داشته باشد. درعوض، به‌ازای هرواحد فروش محصولات مدنظر، درصدی از قیمت عمده‌فروشی را از تولیدکننده دریافت می‌کند. فرض شده است که رقابت استکلبرگ بین تولیدکننده و ویزیتور در هر زنجیره وجود دارد که تولیدکننده رهبر می‌باشد. همچنین یک رقابت نش بین تولیدکنندگان و خرده‌فروش وجود دارد.

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر، رقابت در بین بازارهای جهانی، کاهش چرخه عمر تولیدات و افزایش انتظارات از شرکت‌ها باعث شده است که شرکت‌ها و خصوصاً تولیدکنندگان نسبت به کل زنجیره‌تأمین خود حساس بوده و سعی در مدیریت هرچه بهره‌ورتر و مؤثرتر زنجیره‌تأمین خود داشته باشند [۱]. به‌دلیل توسعه بسیار زیاد رقابت در سطح زنجیره‌تأمین، یکی از مسائل بسیار مهمی که شرکت‌ها در مدیریت هزینه‌ها در زنجیره‌تأمین باید مدنظر قرار دهند، هزینه‌هایی است که لازم است بابت معرفی کالاهای خود به مشتریان بپردازند تا بتوانند سهم از بازار خود و درنهایت سود خود را افزایش دهند.

تبلیغات به‌عنوان یکی از ابزارهای مؤثر و رایج در ارائه و معرفی کالاها به مشتریان بسیار مورد توجه شرکت‌ها می‌باشد. تبلیغات نقشی کلیدی در جذب مشتریان بازی می‌کند و تولیدکنندگان از طریق آن در تلاشند تا مشتریان را قانع کنند تا از کالای آن‌ها خرید انجام گیرد [۲]. در عمل، راه‌های شناخته شده مختلفی برای تبلیغ کالاها ازجمله تبلیغات آنلاین، تبلیغات از طریق تلویزیون و یا استفاده از ویزیتورها وجود دارد. مطالعات مختلفی درخصوص توسعه مدل‌های مختلف تبلیغات من‌جمله مطالعه‌ای که لیاکونایت و همکاران درخصوص تبلیغات تلویزیون انجام داده‌اند [۳] ارائه گردیده است. همچنین یانگ و همکاران بر روی تبلیغات جستجو پرداختی[2] که نوع خاصی از تبلیغات آنلاین است مطالعاتی ارائه نموده است [۴]. مدل رایج دیگر در تبلیغات، تبلیغات مشارکتی می‌باشد که مطالعات فراوانی بر روی این نوع از تبلیغات ارائه گردیده است. برای نمونه می‌توان [۱۰-۵] را مطالعه نمود.

* نویسنده مسئول: حسین خسروشاهی
تلفن: ۳۳۹۱۱۴۵۷-۰۳۱؛ پست الکترونیکی: khosroshahi@iut.ac.ir

2. Paid-search advertising

دو نکته مهم درخصوص انجام تبلیغات را باید مدنظر قرار داد. اول اینکه تبلیغات راهی برای ارتباط با مشتری نهایی می‌باشد. بنابراین هدف اصلی تبلیغات تأثیر بر رفتار مشتریان می‌باشد. تولیدکنندگان لازم است کالای خود را به‌صورت بهتر، جذاب‌تر و مؤثرتر از دیگر رقبای خود به مشتری نهایی معرفی نمایند. دوم اینکه تبلیغات یک سرمایه‌گذاری است. بدین معنا که تولیدکنندگان باید برای تبلیغات سرمایه‌گذاری کنند و هزینه‌هایی را برای انجام آن بپردازند و پس از آن‌که تبلیغات در رفتار مشتری تأثیر و تغییر ایجاد نمود، نتیجه سرمایه‌گذاری خود را مشاهده نمایند.

انواع مختلف تولیدات، شرایط متفاوتی را در بازار دارند. کالاهای مصرفی خصوصاً کالاهای خوراکی مثل لبنیات، به‌دلیل حجم بالای مصرف، مشتریان فراوانی دارند. بنابراین، تولیدکنندگان باید به‌جای سرمایه‌گذاری بر روی مشتریان، خرده‌فروشان را متقاعد کنند که کالاهای آن‌ها را به مشتری نهایی عرضه نمایند. در این نوع کالاها، چون بازارها به‌صورت فشاری می‌باشند و در واقع تصمیم‌گیری خرده‌فروشان بر روی حجم کالا و نسبت کالاهای جایگزین است که می‌خواهند به بازار عرضه کنند، این بازارها بیشتر تابع بازارهای کورنو می‌باشد. رقابت کورنو یک مدل کلاسیک در علم اقتصاد می‌باشد که تعاملات استراتژیک میان تولیدکنندگان در یک بازار انحصار چندجانبه را بررسی می‌کند. در این رقابت تولیدکنندگان کالای یکسانی را تولید می‌نمایند و هریک از تولیدکنندگان حجم بهینه تولید خود را باتوجه به حجم تولید سایر تولیدکنندگان تنظیم می‌کند [۱۱]. تولیدکنندگان محصولات مصرفی اخیراً به استفاده از ویزیتورها روی آورده‌اند. ویزیتورها نقش مؤثری در جذب خرده‌فروشان بازی می‌کنند. وظیفه هر ویزیتور این است که خرده‌فروشان را ویزیت نموده و سعی در جذب آن‌ها داشته باشد. درعوض هزینه‌ای که ویزیتور برای ویزیت و جذب خرده‌فروشان متقبل می‌شود، به‌ازای هرواحد کالا فروش رفته، درصدی از قیمت عمده‌فروشی کالا را از تولیدکننده دریافت می‌نماید. نکته مهم این است که ویزیتور، صاحب کالا نمی‌شود و فقط سعی در جذب و فروش کالا به خرده‌فروشان دارد. او حتی کالا را به مشتری تحویل نمی‌دهد و این وظیفه به‌عهده خود تولیدکننده است. او تنها با صرف هزینه‌هایی که در این مقاله هزینه‌های ویزیت نامیده شده است، سعی در جذب خرده‌فروش دارد. براساس مطالعات ما، مسأله ویزیتور تاکنون در مطالعات ارائه نگریده است و اولین بار است به این موضوع پرداخته می‌شود.

از نقطه‌نظر تولیدکننده تفاوت‌های اساسی بین تبلیغات و استفاده از ویزیتور وجود دارد. اول اینکه در تبلیغات، هدف تأثیر بر روی مشتری نهایی است، درحالی‌که در استفاده از ویزیتورها، هدف تأثیر بر روی خرده‌فروشان است. دیگر اینکه تبلیغات نوعی سرمایه‌گذاری است، درحالی‌که استفاده از ویزیتور، سرمایه‌گذاری محسوب نمی‌شود. به‌عبارت دیگر، در استفاده از ویزیتور، تولیدکننده پرداخت هزینه جذب را به بعد از اینکه کالا به‌فروش رفت موکول می‌کند و درواقع سرمایه‌گذاری را ویزیتور انجام می‌دهد.

مطالعه حاضر، رقابت بین تولیدکنندگان و خرده‌فروش را مورد بررسی قرار داده است. در این مسأله تولیدکنندگان برای جذب سهم بیشتر از خرید خرده‌فروش از ویزیتورها در یک بازار رقابتی کورنو، استفاده می‌کنند. در بخش ۲، توپولوژی مسأله بیان گشته و مدل‌سازی مسأله انجام می‌گیرد. در بخش سوم ساختار بازی معرفی گشته و نقطه تعادل آن ارائه می‌گردد. در بخش چهارم به تحلیل حساسیت و نتایج عددی پرداخته و در بخش پنجم نتیجه‌گیری و بیان مطالعات آتی ارائه می‌گردد.

۲. بیان مسأله

۲-۱. نمادها

در ابتدا نمادهای به‌کار رفته در مسأله معرفی می‌گردد.

اندیس‌ها

j اندیس تولیدکننده‌ها و ویزیتورها $(j = 1, 2)$

مجموعه‌ها

J مجموعه تولیدکننده‌ها $(j \in J)$

پارامترها

p_j قیمت کالای تولیدکننده j

θ_j قیمت آستانه یا حداکثر قیمتی که مصرف‌کننده حاضر است کالا را خریداری کند

β_j حساسیت قیمت یک کالا به مقداری از آن کالا که در بازار می‌باشد

γ_j حساسیت قیمت یک کالا به مقداری از کالای جایگزین که در بازار می‌باشد

λ_j درصدی از قیمت عمده‌فروشی که تولیدکننده j بابت هر واحد کالایی که توسط ویزیتور j به‌فروش می‌رسد به وی پرداخت می‌کند (درصد ویزیت)

c_j هرینه تولید هرواحد کالای نوع j

w_j قیمت عمده‌فروشی هر واحد کالای نوع j

k_j تأثیر هرواحد هزینه‌هایی که ویزیتور بابت ویزیت خرده‌فروش انجام می‌دهد بر روی میزان کالایی که خرده‌فروش خریداری می‌کند

متغیرها

Q_j مقدار کالای نوع j که در بازار وجود دارد

q کل کالایی که توسط خرده‌فروش فروخته می‌شود، اگر ویزیت خرده‌فروش انجام نگیرد

q' کل کالایی که توسط خرده‌فروش فروخته می‌شود، اگر ویزیت خرده‌فروش انجام گیرد

q'_j کل کالایی از تولیدکننده j که توسط خرده‌فروش فروخته می‌شود، اگر ویزیت خرده‌فروش انجام نگیرد

a_j هزینه‌های ویزیت خرده‌فروشان که توسط ویزیتور j پرداخت می‌شود

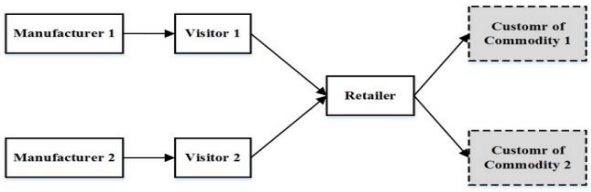
π_{M_j} تابع سود تولیدکننده j

π_{V_j} تابع سود ویزیتور j

π_R تابع سود خرده‌فروش

۲-۲. ساختار مسأله

در این مطالعه، دو زنجیره‌تأمین سه‌سطحی خطی درنظر گرفته شده است که باعث ایجاد بازار به‌صورت انحصار دوجانبه[1] شده‌اند. شکل زیر نمایشی از ساختار مدل مورد مطالعه می‌باشد.



شکل (۱). توپولوژی مسأله مورد مطالعه در این مقاله

در هر کدام از زنجیره‌های تأمین، یک تولیدکننده و یک ویزیتور وجود دارد که کالای خود را توسط یک خرده‌فروش، به‌فروش می‌گذارند. فرض بر این است که هر تولیدکننده فقط یک کالا تولید می‌کند و کالای دو تولیدکننده، کالای جایگزین می‌باشد. همچنین فرض بر این است که زنجیره‌های تأمین با یک بازار فشاری[2] روبه‌رو می‌باشند. این بدان معنا است که خرده‌فروش مشخص می‌کند چه مقدار کالا وارد بازار کنند و در واقع حاضر است چه مقدار کالا از هرکدام از تولیدکنندگان خریداری کند و براساس مقدار کل کالایی که هرکدام از تولیدکنندگان وارد بازار می‌کنند، قیمت کالا مشخص می‌گردد. به‌عبارت دیگر، یک بازار کورنو با انحصار دوجانبه وجود دارد. نقش هر ویزیتورها عبارت است از جذب و متقاعدسازی خرده‌فروش برای خرید هرچه بیشتر از کالای تولیدکننده مربوط به آن ویزیتور. باتوجه به اینکه بازار فشاری می‌باشد، امکان اینکه ویزیتورها چنین نقشی را بازی کنند وجود دارد چراکه این خرده‌فروش است که مقدار کالایی که در بازار وجود خواهد داشت را تعیین می‌کند و بنابراین ویزیتورها درتلاش هستند که خرده‌فروش را راضی کنند که مقدار بیشتری کالا را از طریق آن‌ها خریداری نماید. بنابراین، ویزیتورها هزینه‌ای را بابت ویزیت خرده‌فروش پرداخت می‌نمایند و در مقابل به‌ازای هر واحد کالایی که از تولیدکننده به‌فروش می‌رسانند، درصدی از قیمت فروش آن را دریافت می‌کنند. درنتیجه می‌توان گفت یک تبادل[3] بین هزینه‌های ویزیت کردن خرده‌فروش و میزان کالایی که ویزیتور جذب می‌کند وجود دارد.

نکته قابل توجه این است که دو زنجیره‌تأمین متفاوت شامل یک تولیدکننده و یک ویزیتور وجود دارند که هر دو قصد دارند از طریق خرده‌فروش عمومی، کالای خود را به‌فروش برسانند. این خرده‌فروش عمومی، به هر دو زنجیره تعلق دارد و نقش بسیار مهمی در هر زنجیره ایفا می‌کند.

1. Duopoly
2. Push Market

۲-۳. مفروضات مسأله

برای مدل‌سازی مسأله اشاره شده، لازم است برخی مفروضات درنظر گرفته شود که در زیر اشاره می‌گردد.

۱. اگرچه متغیر تصمیم خرده‌فروش، کل میزان کالایی است که قصد فروش آن را دارد، اما نسبت کالایی که خرده‌فروش از هرکدام از تولیدکنندگان خریداری می‌کند، به میزان هزینه‌ای که هر ویزیتور برای ویزیت درنظر می‌گیرد، بستگی دارد. براساس مطالعات پیشین، تقاضا برای هر محصول رابطه‌ای مستقیم با جذر هزینه‌های تبلیغات دارد [۱۲،۱۰،۶]. با درنظر گرفتن این موضوع که هزینه‌های ویزیت نیز تأثیر مشابه با تبلیغات دارد، هرچند این تأثیر به‌جای اینکه بر روی مشتری نهایی باشد بر روی خرده‌فروش می‌باشد، بنابراین می‌توان رابطه زیر را ارائه کرد.

$$q'_j = \frac{k_j\sqrt{a_j}}{k_j\sqrt{a_j}+k_{(3-j)}\sqrt{a_{3-j}}}q' = \frac{k_j\sqrt{a_j}(q'_j+q'_{(3-j)})}{k_j\sqrt{a_j}+k_{(3-j)}\sqrt{a_{3-j}}}, \qquad j\in J \tag{۱}$$

با درنظر گرفتن رابطه (۱)، می‌توان رابطه زیر را به‌دست آورد.

$$q'_j = \frac{k_j\sqrt{a_j}}{k_{(3-j)}\sqrt{a_{3-j}}}q'_{(3-j)}, \qquad j\in J \tag{۲}$$

رابطه (۲) نشان می‌دهد، نسبت کالایی که خرده‌فروش از تولیدکننده ۱ خریداری می‌کند به آن مقداری که از تولیدکننده ۲ خریداری می‌کند برابر است با نسبت هزینه‌ای که ویزیتورها بابت ویزیت خرده‌فروشان صرف می‌کنند.

۲. فرض بر این است که هزینه‌ای که ویزیتور بابت تبلیغات انجام می‌دهد علاوه بر اینکه نسبت تقاضای خرده‌فروش را مشخص می‌کند، باعث افزایش تقاضای آنان نیز می‌شود و درواقع باعث می‌گردد کالایی که خرده‌فروش به بازار وارد می‌کند افزایش یابد. این افزایش با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$q'_j = k_j\sqrt{a_j}\times q, \qquad j\in J \tag{۳}$$

بنابراین می‌توان رابطه زیر را به‌دست آورد.

$$q' = \sum_{j=1}^{2} q'_j = \sum_{j=1}^{2} k_j\sqrt{a_j}\times q = q\sum_{j=1}^{2} k_j\sqrt{a_j} \tag{۴}$$

براساس رابطه (۲)، مقدار کالایی که هر تولیدکننده در بازار وارد می‌کند برابر است با کل تقاضایی که خرده‌فروش از کالای آن تولیدکننده دارد. بنابراین رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$Q_j = \frac{k_j\sqrt{a_j}}{k_j\sqrt{a_j}+k_{(3-j)}\sqrt{a_{3-j}}}\left(Q_j+Q_{3-j}\right), \quad j\in J \tag{۵}$$

درنتیجه، می‌توان رابطه زیر را با ساده‌سازی رابطه (۵) به‌دست آورد.

3. Trade off

$$Q_j = \frac{k_j\sqrt{a_j}}{k_{(3-j)}\sqrt{a_{3-j}}}Q_{3-j}\,, \qquad j \in J \qquad (۶)$$

۳. کل کالایی که از هر تولیدکننده در بازار است، برابر است با مقدار کالایی که خرده‌فروش از وی خریداری کرده است. بنابراین رابطه بین Q_j و q_j به‌صورت زیر قابل محاسبه است.

$$Q_j = q'_j = k_j\sqrt{a_j} \times q, \qquad j \in J \qquad (۷)$$

۴. فرض بر این است که یک مدل کورنو با انحصار دوجانبه در بازار وجود دارد. بنابراین، قیمت هر کالا تابعی است از میزان همان کالای و میزان کالای رقیب که در بازار موجود می‌باشد. بنابراین رابطه (۸) که تابع تقاضا نامیده می‌شود، می‌تواند به‌عنوان رابطه بین تقاضا و قیمت استفاده گردد. این رابطه بسیار شبیه به رابطه‌ای است که سینگ و وایوز [۱۳] و یا داگتی [۱۴] معرفی نموده‌اند. هرچند در این پژوهش رابطه عمومی‌تری مورد استفاده قرار گرفته است.

$$p_j = \theta_j - \beta_j Q_j + \gamma_j Q_{3-j}\,, \qquad j \in J \qquad (۸)$$

لازم است مفروضات در رابطه (۸) درنظر گرفته شود تا از وجود تقاضای مثبت و قیمت مثبت مطمئن شد و همچنین رابطه منطقی بین قیمت و تقاضا برقرار باشد. فرض می‌گردد، مقدار کالایی که در بازار وجود دارد، دارای مقداری بزرگتر از صفر می‌باشد. به‌علاوه، فرض بر این است که حساسیت تقاضای هرکالا به قیمت آن کالا[1]، بیش از حساسیت آن به قیمت کالای رقیب[2] است. رابطه مربوط به این مفروضات براساس تابع تقاضا، قابل دستیابی است. با حل همزمان توابع دو کالا، رابطه تقاضا به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} Q_j = {} & \frac{\theta_j\beta_{3-j} - \theta_{3-j}\gamma_j}{\beta_j\beta_{3-j} - \gamma_j\gamma_{3-j}} \\ & - \frac{\beta_{3-j}}{\beta_j\beta_{3-j} - \gamma_j\gamma_{3-j}}p_j \\ & + \frac{\gamma_j}{\beta_j\beta_{3-j} - \gamma_j\gamma_{3-j}}p_{3-j}\,, \quad j \in J \end{aligned} \qquad (۹)$$

درنهایت، براساس روابط (۸) و (۹)، مفروضات زیر باید درنظر گرفته شود.

$$\begin{aligned} & \theta_j, \beta_j, \gamma_j > 0, \\ & \beta_j\beta_{3-j} - \gamma_j\gamma_{3-j} > 0, \\ & \theta_j\beta_{3-j} - \theta_{3-j}\gamma_j > 0\,, \qquad j \in J \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

همچنین باتوجه به اینکه قیمت کالا نمی‌تواند از قیمت آستانه آن بزرگتر و از قیمت عمده‌فروشی کوچکتر باشد، روابط زیر نیز باید درنظر گرفته شود.

$$\theta_j \geq p_j, \;\; p_j \geq w_j \qquad j \in J \qquad (۱۱)$$

۲-۴. مدل‌سازی و فرمول‌بندی مسأله

با درنظر گرفتن مفروضات ذکر شده، می‌توان تابع سود هر کدام از اعضای زنجیره‌تأمین را به‌دست آورد. در ابتدا، با استفاده از روابط (۶) تا (۸) و جای‌گذاری روابط (۶) و (۷) در رابطه (۸)، تابع تقاضا را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$p_j = \theta_j - \left(\beta_j + \frac{\sqrt{a_{3-j}}}{\sqrt{a_j}}\gamma_j\right)k_j\sqrt{a_j}q, \qquad j \in J \qquad (۱۲)$$

با ساده‌سازی رابطه بالا، رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$p_j = \theta_j - k_j\left(\sqrt{a_j}\beta_j + \sqrt{a_{3-j}}\gamma_j\right)q, \qquad j \in J \qquad (۱۳)$$

حال می‌توان تابع سود هرکدام از اعضای زنجیره‌ها را محاسبه کرد. در ابتدا تابع سود تولیدکننده به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned} \pi_{M\,j} &= Q_j\left(w_j - c_j - \lambda_j w_j\right) \\ &= k_j q\sqrt{a_j}\left(w_j - c_j - \lambda_j w_i\right), \qquad j \in J \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

رابطه (۱۴) بیان می‌کند که تولیدکننده jام کالای خود را با قیمت عمده‌فروشی w_j به خرده‌فروش می‌فروشد و هزینه تولید هرواحد محصول نیز c_j می‌باشد. به‌علاوه او باید به‌ازای هر واحد کالایی که به‌فروش می‌رود، λ_j درصد از قیمت کالا را به ویزیتور بدهد. درنتیجه رابطه (۱۴) حاصل می‌شود.

همچنین رابطه زیر را می‌توان به‌عنوان تابع سود ویزیتورها معرفی نمود.

$$\begin{aligned} \pi_{V\,j} &= Q_j\lambda_j w_j - a_j \\ &= k_j q\sqrt{a_j}\lambda_j w_j - a_j\,, \qquad j \in J \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

رابطه شماره (۱۵) بیان می‌کند که هر ویزیتور در ازای هزینه‌ای که بابت ویزیت خرده‌فروش‌ها جهت جذب تقاضای آن‌ها هزینه می‌کند، به‌ازای هر واحد کالای فروخته شده، درصدی از قیمت عمده‌فروشی آن را از تولیدکننده اخذ می‌کند.

همچنین می‌تواند تابع سود خرده‌فروش را به‌صورت زیر تعریف نمود.

$$\begin{aligned} \pi_R &= \sum_{j=1}^{2}(p_j - w_j)q'_j \\ &= q\sum_{j=1}^{2}(p_j - w_j)k_j\sqrt{a_j} \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

که با درنظر گرفتن سمت راست رابطه (۱۳)، می‌توان رابطه (۱۶) را کامل‌تر نمود و رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \pi_R = q\sum_{j=1}^{2}\Big(&\left(\theta_j - k_j\left(\sqrt{a_j}\beta_j + \sqrt{a_{3-j}}\gamma_j\right)q\right. \\ &\left. - w_j\right)k_j\sqrt{a_j}\Big) \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

خرده‌فروش کالای j را با قیمت w_j از تولیدکننده می‌خرد و با قیمت p_j به مشتری نهایی می‌فروشد. بنابراین روابط (۱۶) و (۱۷) به‌دست می‌آید.

درنهایت تابع سود هرکدام از زنجیره‌های تأمین و همچنین تابع سود کل سیستم یا به‌عبارت دیگر تابع سود متمرکز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\pi_{SC\,j} = \left(p_j - c_j\right)Q_j\,, \qquad j \in J \qquad (۱۸)$$

$$\pi_C = \sum_{j=1}^{2}(p_j - c_j)Q_j \qquad (۱۹)$$

اگر فرض شود که کل زنجیره‌تأمین توسط یک مدیر مرکزی مدیریت شود، آنگاه فعل و انفعالات مالی بین اعضای زنجیره‌تأمین اهمیت ندارد. بنابراین هرکدام از زنجیره‌های تأمین به‌ازای هر واحد کالایی که در بازار به‌فروش می‌رسد، هزینه‌ای معادل c_j دارد و قیمت

1. Self-price sensitivity

2. Cross-price sensitivity

هر واحد کالا p_j خواهد بود. درنهایت نیز سود کل سیستم حاصل جمع سود زنجیره‌های تأمین خواهد بود و روابط (۱۸) و (۱۹) حاصل می‌شود. با درنظر گرفتن روابط (۷) و (۱۳) می‌توان تابع سود زنجیره‌های تأمین و کل سیستم به‌صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\pi_{SC\,j} = \left(\theta_j - k_j\left(\sqrt{a_j}\beta_j + \sqrt{a_{3-j}}\gamma_j\right)q - c_j\right)k_j q\sqrt{a_j}\,, \qquad j \in J \tag{۲۰}$$

$$\pi_C = \sum_{j=1}^{2}\left(\theta_j - k_j\left(\sqrt{a_j}\beta_j + \sqrt{a_{3-j}}\gamma_j\right)q - c_j\right)k_j q\sqrt{a_j} \tag{۲۱}$$

۳. ساختار بازی

در توپولوژی اشاره شده در این مقاله، دو زنجیره‌تأمین با همکاری با ویزیتور با یکدیگر رقابت می‌کنند تا بتوانند حداکثر سود ممکن را کسب کنند. این رقابت بین زنجیره‌های تأمین و خرده‌فروش به‌صورت نش خواهد بود. اما هرکدام از زنجیره‌های تأمین، در درون خود یک رقابت استکلبرگ نیز دارند. درواقع در این رقابت، تولیدکنندگان رهبر و ویزیتورها پیرو خواهند بود. بنابراین در داخل هر زنجیره‌تأمین، یک رقابت استکلبرگ برقرار است و در بین زنجیره‌های تأمین و خرده‌فروش نیز یک رقابت نش برقرار می‌باشد. بنابراین می‌توان مسأله را به‌صورت زیر مدل‌سازی نمود.

$$\begin{cases} Max\ \pi_{M_1} = k_1 q\sqrt{a_1}(w_1 - c_1 - \lambda_1 w_1) \\ S.t.\{Max\ \pi_{V_1} = k_1 q\sqrt{a_1}\lambda_1 w_1 - a_1 \\ Max\ \pi_{M_2} = k_2 q\sqrt{a_2}(w_2 - c_2 - \lambda_2 w_2) \\ S.t.\{Max\ \pi_{V_2} = k_2 q\sqrt{a_2}\lambda_2 w_2 - a_2 \\ Max\ \pi_R = q\sum_{j=1}^{2}\left((\theta_j - w_j)k_j\sqrt{a_j}\right) \\ -q^2\sum_{j=1}^{2}\left(k_j\left(\sqrt{a_j}\beta_j + \sqrt{a_{3-j}}\gamma_j\right)k_j\sqrt{a_j}\right) \\ subject\ to \begin{cases} q \geq 0 \\ a_j \geq 0\,, \quad j \in J \\ w_j \geq c_j\,, \quad j \in J \end{cases} \end{cases} \tag{۲۲}$$

برای حل مسأله ارائه شده در رابطه (۲۲)، قضایای زیر ارائه می‌گردد.

قضیه ۱. مقدار بهینه هزینه‌های ویزیت (a_j) برای هر ویزیتور تابعی از متغیرهای تصمیم تولیدکننده مربوط به‌خود و خرده‌فروش می‌باشد که از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$a_j^* = f(\lambda_j, q) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(k_j w_j \lambda_j q\right)^2, \qquad j \in J \tag{۲۳}$$

اثبات. برای یافتن مقدار بهینه هزینه‌های ویزیت، مسأله زیر باید حل گردد.

$$Max\ \pi_{V\,j} = Q_j\lambda_j w_j - a_j = k_j q\sqrt{a_j}\lambda_j w_j - a_j\,, \qquad j \in J \tag{۲۴}$$

برای یافتن نقطه بهینه آن در ابتدا ثابت می‌کنیم مقدار بهینه این مسأله در نقطه اکسترمم آن رخ می‌دهد و سپس با ثابت نمودن اینکه این مسأله فقط یک نقطه اکسترمم دارد و یافتن آن نقطه، مقدار بهینه آن را محاسبه می‌کنیم. درواقع در ابتدا ثابت می‌کنیم تابع هدف رابطه (۲۴)، مقعر است، و سپس نقطه بهینه آن را به‌دست می‌آوریم. بنابراین در ابتدا مشتق دوم رابطه را محاسبه می‌کنیم. خواهیم داشت.

$$\frac{d\pi_{V\,j}^{\,2}}{d^2 a_j} = -\frac{k_j w_j \lambda_j q}{4a_j^{\frac{3}{2}}} < 0\,, \qquad j \in J \tag{۲۵}$$

با توجه به مثبت بودن تمام پارامترها و متغیرها، کاملاً واضح است که مشتق دوم تابع مقداری منفی است. بنابراین، این تابع یک تابع مقعر است که نقطه بهینه آن در نقطه اکسترمم آن رخ می‌دهد. بنابراین از برابر صفر قرار دادن مشتق اول تابع، می‌توان مقدار بهینه هزینه‌های ویزیت را محاسبه نمود که به صوت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\frac{d\pi_{V\,j}}{da_j} = 0 \rightarrow -1 + \frac{k_j w_j \lambda_j q}{2\sqrt{a_j}} = 0\,, \qquad j \in J \tag{۲۶}$$

با حل رابطه ۲۶، نقطه اکسترمم تابع به‌صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$a_j^0 = f(\lambda_j, q) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(k_j w_j \lambda_j q\right)^2, \qquad j \in J \tag{۲۷}$$

از آنجایی که رابطه (۲۷) فقط یک جواب دارد و تنها اکسترمم تابع همان نقطه‌ای است که در رابطه (۲۶) ارائه گردیده است، بنابراین این نقطه، مقدار بهینه هزینه‌های ویزیت را نشان می‌دهد و قضیه ۱ اثبات می‌گردد. □

لم ۱. با درنظر گرفتن مقدار بهینه هزینه‌های ویزیت که در رابطه (۲۳) ارائه شده است، تابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش مقعر می‌باشد.

اثبات. با جای‌گذاری مقدار بهینه هرینه‌های ویزیت در توابع سود تولیدکنندگان و خرده‌فروش، این توابع به‌صورت زیر خواهند شد.

$$\pi_{M\,j} = \frac{k_j^2 w_j \lambda_j q^2}{2}\left(w_j(1-\lambda_j) - c_j\right), \quad j \in J \tag{۲۸}$$

$$\pi_R = \frac{q^2}{2}\sum_{j=1}^{2}\left(\left(\theta_j - \frac{k_j}{2}M_1^j q^2 - w_j\right)k_j^2 w_j \lambda_j\right) \tag{۲۹}$$

که در رابطه بالا M_1^j در پیوست ۱ ارائه شده است.

برای اثبات مقعر بودن هرکدام از توابع، نشان می‌دهیم که مشتق دوم هرکدام از توابع مقداری منفی است و بنابراین آن تابع مقعر است. ابتدا مقدار مشتق دوم تابع سود تولیدکنندگان محاسبه می‌گردد و رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\frac{d\pi_{M\,j}^{\,2}}{d^2\lambda_j} = -k_j^2 w_j^2 q^2\,, \qquad j \in J \tag{۳۰}$$

با توجه به مثبت بودن تمامی پارامترها، کاملاً مشخص است که رابطه (۳۰) که نشان‌دهنده مشتق دوم تابع سود تولیدکننده نسبت به متغیر تصمیمش است، مقداری منفی می‌باشد و بنابراین تابع سود تولیدکننده مقعر می‌باشد. همچنین رابطه زیر مقدار مشتق دوم تابع خرده‌فروش را نشان می‌دهد.

$$\frac{d\pi_q^2}{d^2 q} = -\sum_{j=1}^{2}\left(k_j^2 w_j \lambda_j(\theta_j - w_j) + 3q^2 k_j^3 w_j \lambda_j M_1^j\right) \tag{۳۱}$$

با درنظر گرفتن رابطه (۱۱) و باتوجه به مثبت بودن پارامترها، کاملاً مشخص است که رابطه (۳۱) که نشان‌دهند مشتق دوم تابع سود

خرده‌فروش نسبت به مقدار تولید است، مقداری منفی می‌باشد و بنابراین، تابع سود خرده‌فروش مقعر می‌باشد. بنابراین نشان داده شد توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش مقعر می‌باشند و اثبات کامل گردید. □

قضیه ۲. نقطه تعادل نش حاصل از رقابت سه‌جانبه تولیدکنندگان و خرده‌فروش، نقطه‌ای است که مقادیر متغیر تصمیم آن از روابط زیر حاصل گردد.

$$\lambda_j^* = \frac{w_j - c_j}{2w_j}\,, \quad j \in J \tag{۳۲}$$

$$q^* = \frac{\sqrt{2M_3}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j}} \tag{۳۳}$$

که در رابطه بالا M_2^j و M_3 در پیوست ارائه شده است.

اثبات. با درنظر گرفتن لم ۱، از آنجایی که توابع سود تولیدکنندگان و خرده‌فروش مقعر می‌باشند، بنابراین نقطه تعادل نش آن‌ها نتیجه حل دستگاه معادلات زیر می‌باشد.

$$\begin{cases} \dfrac{d\pi_{M_j}}{d\lambda_j} = 0\,, & j \in J \\ \dfrac{d\pi_R}{dq} = 0 \end{cases} \tag{۳۴}$$

که در رابطه (۳۴)، مشتق اول توابع به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\frac{d\pi_{M_j}}{d\lambda_j} = \frac{k_j^2 w_j^2 q^2}{2}\left(w_j(1 - 2\lambda_j) - c_j\right) \tag{۳۵}$$

$$\frac{d\pi_R}{\partial q} = q\sum_{j=1}^{2}\left(k_j^2 w_j \lambda_j (\theta_j - w_j) - q^2 k_j^3 w_j \lambda_j M_1^j\right) \tag{۳۶}$$

بنابراین دسته معادله زیر به‌دست خواهد آمد.

$$\begin{cases} \dfrac{k_j^2 w_j^2 q^2}{2}\left(w_j(1 - 2\lambda_j) - c_j\right) = 0\,, & j \in J \\ q\displaystyle\sum_{j=1}^{2}\left(k_j^2 w_j \lambda_j (\theta_j - w_j) - q^2 k_j^3 w_j \lambda_j M_1^j\right) = 0 \end{cases} \tag{۳۷}$$

که با حل دستگاه معادلات ارائه شده در رابطه (۳۷)، مقادیر بهینه درصد ویزیت و مقدار کل خرید به‌دست خواهد آمد که برابر است با مقادیر ارائه شده در روابط (۳۲) و (۳۳). با توجه به مثبت بودن پارامترها و با درنظر گرفتن محدودیت‌های ارائه شده در رابطه (۱۱)، کاملاً مشخص است که این مقادیر به‌دست آمده، مقادیری مثبت می‌باشد. بنابراین مقادیر به‌دست آمده همان نقطه تعادل نش می‌باشد و قضیه ۲ اثبات می‌گردد. □

با جای‌گذاری مقادیر بهینه متغیرها حاصل از تعادل نش در تابع بهینه به‌دست آمده برای هزینه‌های ویزیت، مقدار بهینه هزینه‌های ویزیت به‌صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$a_j^* = \frac{k_j^2 (w_j - c_j)^2 M_3}{8\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j}\,, \quad j \in J \tag{۳۸}$$

با جای‌گذاری مقادیر بهینه متغیرها در توابع سود، می‌توان مقدار سود بهینه اعضای مختلف را به‌دست آورد. بنابراین، سود بهینه مربوط به تولیدکنندگان و ویزیتورها به‌صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\pi_{M_j}^* = \frac{k_j^2 (w_j - c_j)^2 M_3}{4\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j}\,, \quad j \in J \tag{۳۹}$$

$$\pi_{V_j}^* = \frac{k_j^2 (w_j - c_j)^2 M_3}{8\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j}\,, \quad j \in J \tag{۴۰}$$

همچنین سود بهینه خرده‌فروش از رابطه زیر به‌دست خواهد آمد.

$$\pi_R^* = \frac{(M_3)^2}{4\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j} \tag{۴۱}$$

۴. مثال عددی و تحلیل حساسیت

۴-۱. مثال عددی

جهت فهم بهتر مسأله یک مثال عددی از مسأله ارائه می‌گردد و سپس به تحلیل حساسیت توابع سود نسبت به پارامترهای مختلف پرداخته و نکات مهم آن ارائه می‌گردد. جدول (۱) مقادیر مورد استفاده برای پارامترها را نشان می‌دهد.

جدول (۱). مقادیر درنظر گرفته شده برای پارامترها در مثال‌ها و تحلیل حساسیت‌ها

پارامتر	مقدار مورد استفاده	پارامتر	مقدار مورد استفاده
(θ_1, θ_2)	(۱۵۰۰ ، ۲۰۰۰)	(k_1, k_2)	(۰/۰۱ ، ۰/۰۲)
(β_1, β_2)	(۰/۷ ، ۰/۹)	(c_1, c_2)	(۵۰۰ ، ۱۰۰۰)
(γ_1, γ_2)	(۰/۱ ، ۰/۲)	(w_1, w_2)	(۸۰۰ ، ۱۲۰۰)

پارامتر w_j نشان دهنده قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده می‌باشد؛ طبیعی است که این مقدار باید از c_j که نماد هزینه تولید برای تولیدکننده jام است، بیشتر باشد. برای نزدیکی به واقعیت، مقدار قیمت آستانه بیشتر از قیمت عمده فروشی قرار داده شده است. زیرا مابین مشتری نهایی و تولیدکنندگان، خرده‌فروشی قرار دارد که کالاها را با قیمت w_j از تولیدکننده jام خریداری کرده و با درنظرگیری سود خود، کالا را به مشتری نهایی عرضه می‌نماید.

با حل مسأله حاصل از پارامترهایی که مقادیر آن در جدول (۱) ارائه گردیده است، نتایج زیر حاصل می‌گردد.

جدول (۲). مقادیر حاصل از حل مسأله برای تولیدکنندگان

	درصد ویزیت (λ_j)	مقدار تولید (q'_j)	مبلغ پرداختی به ویزیتور	سود کل
تولیدکننده ۱	$\frac{3}{16}$	۱۷۹/۳۲۵	۱۳۴۴۹/۴	۲۶۸۹۸/۸
تولیدکننده ۲	$\frac{1}{12}$	۴۷۸/۲	۲۳۹۱۰	۴۷۸۲۹

جدول (۳). مقادیر حاصل از حل مسأله برای ویزیتورها

	هزینه ویزیت (a_j)	درصد افزایش خرید نسبت به قبل	سود کل
ویزیتور ۱	$\frac{3}{16}$	۱۶٪	۱۳۴۴۹/۴
ویزیتور ۲	$\frac{1}{12}$	۲۰۹٪	۲۳۹۱۰

جدول (۴). مقادیر حاصل از حل مسأله برای خرده‌فروش

	مقدار کل خرید بدون درنظر گرفتن ویزیتور (q)	مقدار کل خرید با درنظر گرفتن ویزیتور (q')	قیمت کالای ۱	قیمت کالای ۲	سود کل
خرده‌فروش	۱۵۴/۶۲۹	۶۵۷/۵۲۵	۱۳۲۶/۶۵	۱۵۳۳/۷۶	۲۶۸۹۸/۸

جداول (۴)، (۵) و (۶) مقادیر بهینه حاصل از حل مسأله ارائه شده در جدول (۱) را نمایش می‌دهد. در این جداول هم مقدار بهینه متغیر تصمیم بازیکن‌ها و هم متغیرهای وابسته به متغیرهای تصمیم ازجمله تابع سود هرکدام از بازیکن‌ها ارائه گردیده است.

۴-۲. تحلیل حساسیت

در این بخش به تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف نسبت به متغیرها و توابع سود بهینه پرداخته می‌شود. برخی از تحلیل حساسیت‌ها عمومی و کلی اثبات گردیده است و در برخی از تحلیل حساسیت‌ها، به‌صورت عددی رفتار تابع سود مورد تحلیل قرار گرفته است.

با درنظر گرفتن روابط (۴۰) و (۴۱) که نشان‌دهنده تابع سود تولیدکنندگان و ویزیتورها در حالت بهینه می‌باشند، رابطه زیر به‌روشنی قابل ارائه می‌باشد.

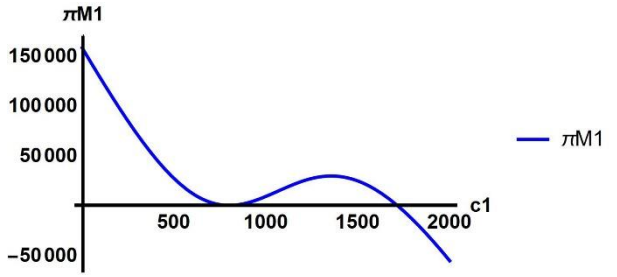
$$\frac{\pi^*_{M_j}}{\pi^*_{V_j}} = \frac{\dfrac{k_j^2(w_j-c_j)^2 M_3}{4\sum_{j=1}^{2} k_j^3(w_j-c_j)M_2^j}}{\dfrac{k_j^2(w_j-c_j)^2 M_3}{8\sum_{j=1}^{2} k_j^3(w_j-c_j)M_2^j}} = 2\ , \qquad j \in J \tag{۴۲}$$

به‌عبارت دیگر رابطه (۴۲) نشان می‌دهد کل سودی که هر مجموعه تولیدکننده و ویزیتور از فروش کالا به خرده‌فروش کسب می‌کنند به نسبت ۲ به ۱ بین تولیدکننده و ویزیتور تقسیم می‌گردد. همچنین نسبت سود تولیدکننده هر زنجیره‌تأمین نیز به‌صورت زیر قابل ارائه می‌باشد.

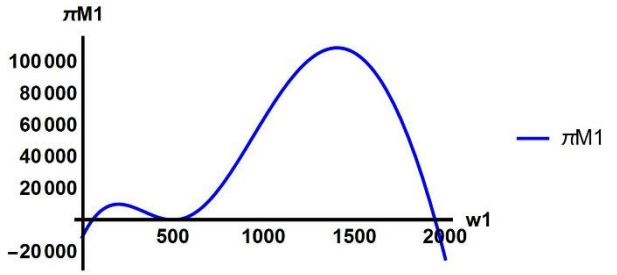
$$\frac{\pi^*_{M_j}}{\pi^*_{M_i}} = \frac{\pi^*_{V_j}}{\pi^*_{V_i}} = \left(\frac{k_j}{k_i} \times \frac{w_j-c_j}{w_i-c_i}\right)^2, \qquad j \in J \tag{۴۳}$$

رابطه (۴۳) نشان می‌دهد که نسبت سود تولیدکنندگان برابر با نسبت سود ویزیتورها می‌باشد. از طرف دیگر، این رابطه نشان می‌دهد که نسبت سود تولیدکنندگان و یا نسبت سود ویزیتورها برابر با عبارتی است که بخشی از آن مربوط به تولیدکنندگان و بخش دیگر آن مربوط به ویزیتورها می‌باشد. به‌عبارت دیگر، از یک طرف رابطه مستقیمی بین نسبت سود تولیدکنندگان با نسبت مجموع سود حاصل از فروش هر واحد کالا ($\frac{w_j-c_j}{w_i-c_i}$) برقرار است که درواقع حاصل از پارامترهای مربوط به تولیدکنندگان یعنی هزینه هر واحد تولید و قیمت عمده‌فروشی هرواحد کالا می‌باشد؛ ازطرف دیگر رابطه مستقیمی بین نسبت سود تولیدکنندگان و یا ویزیتورها با نسبت میزان تأثیر هزینه‌های ویزیت ($\frac{k_j}{k_i}$) که درواقع حاصل از پارامتر مربوط به ویزیتورها می‌باشد وجود دارد. این روابط یک نکته مدیریتی مهم برای انتخاب تولیدکننده به ویزیتور و همین‌طور برای انتخاب ویزیتور به تولیدکننده می‌دهد. هر ویزیتور باید تولیدکننده‌ای را انتخاب کند که به‌ازای هرواحد کالا سود بیشتری کسب می‌نماید ($w_j - c_j$) و قیمت عمده‌فروشی به‌تنهایی و یا هزینه‌های تولید به‌تنهایی نمی‌تواند ملاک انتخاب تولیدکننده برای ویزیتور باشد. چه‌بسا تولیدکننده‌ای که کالای خود را با قیمت بالاتری بفروشد، لیکن سود حاصل از فروش هر واحد کالا کمتر باشد. ازطرف دیگر، تولیدکنندگان باید ویزیتوری را انتخاب کنند که کیفیت ویزیت او یا به‌عبارتی بهره‌وری هزینه‌های ویزیت برای او (k_j) بالاتر از بقیه ویزیتورها باشد.

در تحلیل حساسیت پارامترهای قیمت عمده‌فروشی و هزینه‌های تولید در تابع سود تولیدکننده و ویزیتور نمودارهای زیر را باتوجه به مقادیر پارامترهای جدول (۱) می‌توان ارائه داد.



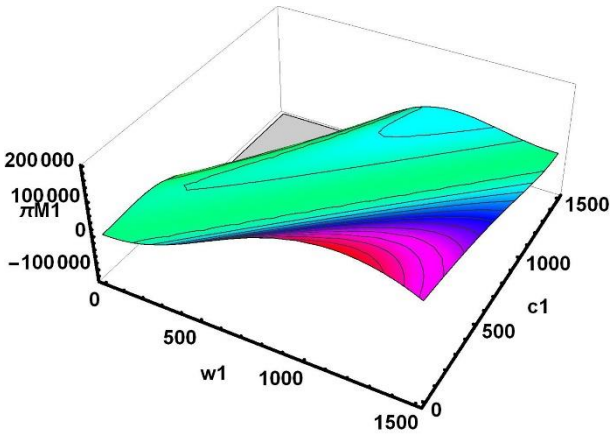
شکل (۲). نمودار تغییرات تابع سود بهینه تولیدکننده اول نسبت به هزینه‌های تولید



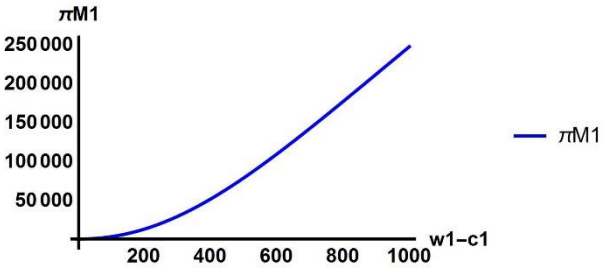
شکل (۳). نمودار تغییرات تابع سود بهینه تولیدکننده اول نسبت به قیمت عمده‌فروشی

همان‌طور که از شکل‌های (۲) و (۳) کاملاً مشخص می‌باشد، نمی‌توان روند خاصی را برای حساسیت تابع سود بهینه تولیدکنندگان نسبت به پارامترهای مورد اهمیت شان یعنی هزینه‌های تولید و قیمت عمده‌فروشی به‌دست آورد. شکل زیر اثرات تغییرات همزمان قیمت عمده‌فروشی و هزینه تولید بر تابع سود تولیدکننده را نشان می‌دهد.

شکل (۴) نیز این مسأله را واضح‌تر بیان می‌کند که قیمت عمده‌فروشی یا هزینه تولید، به‌تنهایی جهت تحلیل کامل سود تولیدکننده کافی نمی‌باشند و لازم است تابعی از هردوی این دو پارامتر برای تحلیل انتخاب گردد. همان‌طور که در قبل نیز ارائه گردید، برای تحلیل بهتر تابع سود تولیدکننده، بهتر است تفاضل هزینه تولید از قیمت عمده‌فروشی را درنظر گرفت. نمودار زیر این مسأله را بهتر نمایش می‌دهد.



شکل (۴). اثر تغییرات همزمان قیمت عمده‌فروشی و هزینه تولید بر تابع سود بهینه تولیدکننده اول



شکل (۵). نمودار تغییرات تابع سود بهینه تولیدکننده اول نسبت به تفاضل هزینه تولید از قیمت عمده‌فروشی

همان‌طور که در شکل (۵) نیز کاملاً مشهود است و پیش‌ازاین نیز ثابت گردید، رفتار تابع سود تولیدکننده نسبت به تفاضل هزینه تولید از قیمت عمده‌فروشی صعودی است. بنابراین اگر ویزیتور بخواهد تولیدکننده‌ای را جهت همکاری انتخاب نماید، بهتر است به‌جای بررسی هزینه‌های تولید او و یا قیمت عمده‌فروشی، به تفاضل این دو توجه نماید.

اگر به تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف تابع سود تولیدکننده و یا ویزیتور بپردازیم، می‌توان نشان داد که در حالت بهینه، با افزایش θ_j، همواره سود تولیدکننده j افزایش و با افزایش β_j و γ_j سود او کاهش می‌یابد. برای اثبات این مدعا مشتق سود بهینه تولیدکننده j نسبت به پارامترهای مورد اشاره محاسبه می‌گردد. بنابراین روابط زیر قابل محاسبه است.

$$\frac{\partial \pi^*_{Mj}}{\partial \theta_j} = \frac{k_j^4 (w_j - c_j)^3}{4\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j}, \quad j \in J \qquad (۴۴)$$

$$\frac{\partial \pi^*_{Mj}}{\partial \beta_j} = \frac{-k_j^6 (w_j - c_j)^4 M_3}{4\left(\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j\right)^2}, \quad j \in J \qquad (۴۵)$$

$$\frac{\partial \pi^*_{Mj}}{\partial \gamma_j} = \frac{-k_j^3 k_{3-j}^3 (w_j - c_j)^3 (w_{3-j} - c_{3-j}) M_3}{4\left(\sum_{j=1}^{2} k_j^3 (w_j - c_j) M_2^j\right)^2}, \quad j \in J \qquad (۴۶)$$

با توجه به مثبت بودن پارامترها و با درنظر گرفتن محدودیت‌های ارائه شده در رابطه (۱۱)، به‌روشنی واضح است که عبارت ارائه شده در رابطه (۴۴) همواره مثبت و عبارات ارائه شده در روابط (۴۵) و (۴۶) همواره منفی است. بنابراین همواره با افزایش θ_j سود تولیدکننده j افزایش و با افزایش β_j و γ_j سود او کاهش می‌یابد.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی

در این مقاله، یک بازار با انحصار دوجانبه، شامل دو زنجیره‌تأمین سه‌سطحی شامل تولیدکننده، ویزیتور و خرده‌فروش که خرده‌فروش هردو زنجیره‌تأمین مشترک می‌باشد مورد بررسی قرار گرفت. تولیدکنندگان کالاهای جایگزین تولید می‌کنند و هرکدام فقط یک کالا تولید می‌کنند. در این مقاله برای اولین بار، موضوع استفاده تولیدکنندگان از ویزیتورها برای جذب هرچه بیشتر خرده‌فروشان مورد بررسی قرار گرفت. هر ویزیتور هزینه‌های ویزیت را پرداخت نموده و خرده‌فروشان را ویزیت نموده و سعی در جذب آن‌ها به‌سمت کالای تولیدکننده همکار خود را دارد. در عوض، به‌ازای هرواحد فروش کالا، درصدی از قیمت عمده فروشی کالا به او پرداخت می‌گردد. رقابت بین تولیدکننده و ویزیتور، از نوع استکلبرگ می‌باشد که تولیدکننده رهبر است. اما تولیدکنندگان و خرده‌فروش در رقابت نش با یکدیگر سعی در ماکزیمم نمودن سود خود دارند. مسأله موردنظر مدل گردیده و .نقاط تعادل آن ارائه گردیده است. پس از آن تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای اثرگذار ارائه گردیده است و نکات حاصل از آن ارائه شده است.

برای توسعه این مسأله، می‌توان به‌جای یک خرده‌فروش چندین خرده‌فروش را درنظر گرفت. همچنین می‌توان چندین زنجیره‌تأمین در رقابت با هم را مورد بررسی قرار داد. به‌علاوه می‌توان فرض نمود هر تولیدکننده چندین کالای مستقل را تولید می‌کنند و تولیدکنندگان مختلف با یکدیگر در رقابت بین کالاهای جایگزین همدیگر می‌باشند. همچنین در این مسأله فرض شده است که قیمت عمده‌فروشی یک پارامتر مسأله است. برای نزدیکتر شدن به واقعیت می‌توان این فرض را برداشت و قیمت عمده‌فروشی را نیز به‌عنوان یک متغیر تصمیم تولیدکننده درنظر گرفت. به‌علاوه در این مسأله فرض شده است، هر تولیدکننده با یک ویزیتور همکاری دارد که می‌توان مسأله را در حالتی که هر تولیدکننده با چندین ویزیتور در تعامل است را بررسی نمود. باتوجه به رابطه‌ای که مابین تولیدکننده و خرده‌فروش وجود دارد، درنظرگیری قراردادی همچون قردادهای اشتراک‌گذاری هزینه و درآمد می‌تواند باعث نزدیک‌تر شدن مسأله به دنیا واقعی شود.

پیوست

$$M_1^j = \left(k_j w_j \lambda_j \beta_j + k_{3-j} w_{3-j} \lambda_{3-j} \gamma_{3-j}\right)$$

$$M_2^j = \left(k_j \beta_j (w_j - c_j) + k_{3-j} \lambda_{3-j} (w_{3-j} - c_{3-j})\right)$$

$$M_3 = \sum_{j=1}^{2} k_j^2 (w_j - c_j)(\theta_j - w_j)$$

مراجع

[1] D. Simchi-Levi, P. kaminsk, and E. Simchi-Levi, *Designin and Managing the Supply Chain Concepts, Strategies and Case Studies*. McGraw-Hill Education, 2007, p. 498.

[2] R. Yan, "Cooperative advertising, pricing strategy and firm performance in the e-marketing age," (in English), *Journal of the Academy of Marketing Science*, vol. 38, no. 4, pp. 510-519, 2010/08/01 2010. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/s11747-009-0171-z.

[3] J. Liaukonyte, T. Teixeira, and K. C. Wilbur, "Television Advertising and Online Shopping," *Marketing Science*, vol. 34, no. 3, pp. 311-330, 2015, doi: doi:10.1287/mksc.2014.0899.

[4] S. Yang, S. Lu, and X. Lu, "Modeling Competition and Its Impact on Paid-Search Advertising," *Marketing Science*, vol. 33, no. 1, pp. 134-153, 2014, doi: doi:10.1287/mksc.2013.0812.

[5] Z. Huang and S. X. Li, "Co-op advertising models in manufacturer–retailer supply chains: A game theory approach," *European Journal of Operational Research*, vol. 135, no. 3, pp. 527–544, 2001.

[6] S. Jørgensen and G. Zaccour, "A survey of game-theoretic models of cooperative advertising," *European Journal of Operational Research*, vol. 237, no. 1, pp. 1–14, 2014.

[7] J. Zhang, Q. Gou, L. Liang, and Z. Huang, "Supply chain coordination through cooperative advertising with reference price effect," *Omega*, vol. 41, no. 2, pp. 345-353, 4// 2013, doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2012.03.009.

[8] M. Kunter, "Coordination via cost and revenue sharing in manufacturer–retailer channels," *European Journal of Operational Research*, vol. 216, no. 2, pp. 477-486, 2012.

[9] J. Xie and J. Zhang, "A review of game theoretical models in cooperative advertising," in *Supply-Chain Management: Theories, Activities/Functions and Problems*, 2011, pp. 193-226.

[10] G. Aust and U. Buscher, "Cooperative advertising models in supply chain management: A review," *European Journal of Operational Research*, vol. 234, no. 1, pp. 1–14, 2014.

[11] N. Singh and X. Vives, "Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly," *The RAND Journal of Economics*, vol. 15, no. 4, pp. 546-554, 1984, doi: 10.2307/2555525.

[12] G. Aust and U. Buscher, "Vertical cooperative advertising in a retailer duopoly," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 72, no. 1, pp. 247-254, 2014, doi: 10.1016/j.cie.2014.03.023.

[13] N. Singh and X. Vives, "Price and quantity competition in a differentiated duopoly," *The RAND Journal of Economics*, pp. 546-554, 1984.

[14] A. F. Daughety, *Cournot oligopoly: characterization and applications*. Cambridge University Press, 2005.

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Spring and Summer 2023, Volume 11., No. 22., pp. 159-169
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/IER.2023.5423

A Duopoly Model in Cournot Markets for Chain-to-Chain Competition Using Visitors in Supply Chains: A Game Theoretic Approach

H. Khosroshahi[1*], M. Nezami[2]

[1.] Assistant Professor, Faculty of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran
[2.] M.A. student, Faculty of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received: 2023/2/11
Accepted: 2023/4/30

***Keywords*:**

Supply Chain Management
Pricing
Visitor
Game Theory
Cournot Market

ABSTRACT

In this paper, we consider a Cournot Market for Chain-To-Chain Competition, which includes two distinct competing supply chains. Each supply chain has one Manufacturer, one Visitor, and one Retailer. The Retailer is in common between the two chains. This article will investigate the impact of using visitors to attract retailers as much as possible by the manufacturer. Each visitor should try to convince retailers to order more by paying a cost named Visit Cost in this article. After selling each unit of considered products, the manufacturer would pay a percentage of the wholesale price. It is assumed that there is a Stackelberg game between the manufacturer and visitor in each supply chain, in which the manufacturer is the leader. Furthermore, there is a Nash competition between manufacturers and the retailer.

[*] Corresponding author. H. Khosroshahi
Tel.:031-33911457; E-mail address: khosroshahi@iut.ac.ir