

## یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی هاب دوهدفه تصادفی برای مسأله طراحی شبکه‌های ریلی تندرو

ملیحه فلاح‌تفتی<sup>۱</sup>، محبوبه هنرور<sup>۲\*</sup>، رضا توکلی‌مقدم<sup>۳</sup>، احمد صادقیه<sup>۴</sup>

۱. دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۳. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشکده‌گان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۴. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

### خلاصه

این مطالعه به توسعه‌ی یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی هاب دو هدفه‌ی تصادفی برای مسأله‌ی طراحی شبکه‌ی ریلی تندرو می‌پردازد. به دلیل استفاده از سیستم‌های ریلی تندرو در هر دوی زیرشبکه‌های سطح هاب (شبکه‌ی میان گره‌های هاب) و سطح غیرهاب (اسپک یا شبکه‌ای که گره‌های غیرهاب را به یکدیگر و به گره‌های هاب متصل می‌کند)، تصمیم‌گیری در خصوص مکان‌یابی گره‌های هاب، گره‌های غیرهاب، یال‌های هاب و یال‌های غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب و تعیین خطوط حرکت هاب، خطوط حرکت غیرهاب، درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده و نحوه‌ی مسیریابی جریان از طریق خطوط شبکه به‌طور همزمان صورت می‌گیرد. عدم قطعیت برای تقاضاها در نظر گرفته شده که با مجموعه‌ی محدودی از سناریوها نشان داده می‌شوند. مسأله با روش مدل‌سازی تصادفی دومرحله‌ای فرموله شده است. اهداف مسأله بیشینه‌سازی امیدریاضی سود خالص کل و کمینه‌سازی امید ریاضی زمان خدمت کل می‌باشد. عملکرد مدل پیشنهادی از طریق آزمایشات محاسباتی با استفاده از مجموعه داده‌ی شناخته شده‌ی پست استرالیا ارزیابی گردید. نتایج محاسباتی اهمیت در نظر گرفتن مدل تصادفی و اهداف متضاد سود و زمان را برای مسأله تأیید نمودند. برخی بینش‌های مدیریتی نیز از طریق تجزیه و تحلیل شبکه‌های حاصل تحت تنظیمات مختلف پارامترها و بررسی چگونگی تأثیر این تنظیمات بر ویژگی‌های جواب‌های حاصل و تعاملات بین جنبه‌های مختلف مسأله‌ی تصمیم‌گیری پیچیده‌ی مورد مطالعه، ارائه گردید.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۱/۱۱/۱۸

پذیرش ۱۴۰۲/۳/۱۸

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

مکان‌یابی هاب

طراحی شبکه‌های ریلی تندرو

شبکه‌ی هاب و غیرهاب

بهینه‌سازی دوهدفه و تصادفی

صرفه‌ی اقتصادی ناشی از مقیاس در هزینه‌های حمل‌ونقل را

در نتیجه‌ی تجمیع جریان تقاضا امکان‌پذیر می‌سازند.

مسأله‌ی طراحی شبکه‌های ریلی تندرو<sup>۳</sup> شامل انتخاب گره‌ها

(ایستگاه‌ها) و اتصالات از یک شبکه‌ی بالقوه‌ی پایه برای ساخت چند

محور، متشکل از ایستگاه‌ها و اتصالات بین آن‌ها، می‌باشد. تأسیس این

شبکه‌ها نیازمند سرمایه‌گذاری‌های کلان برای تأسیس ایستگاه‌ها و

اتصالات می‌باشد. موفقیت این سرمایه‌گذاری‌ها به‌شدت به میزان تقاضا

### ۱. معرفی مسأله

در سال‌های اخیر با توجه نیاز روزافزون به تولید و توزیع کالاها و ارائه‌ی خدمات به‌موقع و اقتصادی، مسائل مکان‌یابی هاب در کانون توجه در ادبیات برنامه‌ریزی تسهیلات بوده‌اند [۱]. مسائل مکان‌یابی هاب<sup>۲</sup> بر مکان‌یابی تأسیسات هاب و طراحی شبکه‌های هاب تمرکز دارند. گره‌های هاب امکان اتصال تعداد زیادی از گره‌های مبدأ-مقصد را با استفاده از تعداد کمی از اتصالات فراهم می‌آورند. همچنین، استفاده از

2. Hub Location Problems

3. Railway Rapid Transit Network

\* نویسنده مسئول: محبوبه هنرور

تلفن: ۰۳۵-۳۳۱۲۳۲۳۴۵؛ پست الکترونیکی: mhnarvar@yazd.ac.ir

[۱۷]، زیرشبکه‌های کامل [۱۸] و تورها [۲۰، ۲۱] باشد.

با توجه به استفاده از سیستم‌های تندرو در هر دوی زیرشبکه‌های سطح هاب و غیرهاب، مدل پیشنهاد شده در این مطالعه مفروضات الف، د و ه را آزاد می‌سازد. از منظر توپولوژی شبکه‌ی هاب، این مطالعه از توپولوژی خطوط چندگانه برای زیرشبکه‌های سطح هاب و غیرهاب استفاده می‌کند. بنابراین، علاوه بر طراحی شبکه که شامل تصمیم‌گیری در خصوص مکان گره‌های هاب، مکان گره‌های غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، مکان‌یابی بال‌های هاب و مکان‌یابی یال‌های غیرهاب می‌باشد، این تحقیق به صورت همزمان به تعیین خطوط حرکت تندروی هاب و غیرهاب که مرحله‌ی اول مسأله‌ی برنامه‌ریزی خط را تشکیل می‌دهد، درصد تقاضاهای مبدأ-مقصد که خدمت‌دهی می‌شوند و نحوه‌ی مسیریابی جریان تقاضاهای انتخاب‌شده برای خدمت‌دهی از طریق خطوط شبکه نیز می‌پردازد.

مسائل مکان‌یابی هاب عمدتاً به دنبال کمینه‌سازی هزینه‌ی کل شبکه برای خدمت‌دهی به تمام تقاضاها می‌باشند. با این حال، به‌ویژه در طراحی شبکه‌های تندرو که در آن‌ها هزینه‌های ایجاد شبکه قابل توجه می‌باشد، ممکن است خدمت‌دهی تمامی تقاضاها سودمند نباشد. در ادبیات مکان‌یابی هاب، به‌ویژه در شرایط غیررقابتی، مطالعات کمی بر اهداف بیشینه‌سازی تمرکز کرده‌اند (به‌عنوان مثال به مقالات [۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶] رجوع نمایید). مانند مطالعات [۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶]، این تحقیق، به‌جای صرفاً کمینه‌سازی هزینه‌ها، به بیشینه‌سازی سود بدون نیاز به خدمت‌دهی تمام تقاضاها پرداخته است.

در طراحی سیستم‌های ریلی تندرو علاوه بر سود مدیران سیستم، کیفیت خدمت نیز باید جهت جلب رضایت کاربران ارتقاء یابد. در نتیجه، در این مطالعه علاوه بر بیشینه‌سازی سود (از دیدگاه مدیران شبکه) هدف کمینه‌سازی زمان خدمت (از دیدگاه کاربران شبکه) نیز در نظر گرفته است.

مدل‌های مکان‌یابی هاب سنتی بر این فرض استوار هستند که تمامی داده‌های مسأله قطعی و هنگام تصمیم‌گیری در دسترس می‌باشند. با این حال، در زمان تصمیم‌گیری‌های بلندمدت مانند مکان‌یابی هاب، معمولاً تصمیم‌گیرندگان به اطلاعات کامل دسترسی ندارند و با عدم قطعیت‌های فراوانی در خصوص داده‌های مسأله، به‌ویژه تقاضاها، مواجه هستند. بنابراین، یکی دیگر از ویژگی‌های در نظر گرفته شده برای مسأله‌ی مورد بررسی در این مقاله عدم قطعیت مربوط به تقاضاها می‌باشد که فرض شده است توسط مجموعه‌ی محدودی از سناریوها با احتمال وقوع از پیش تعیین شده قابل نمایش می‌باشند. برخی از مطالعات به بررسی مسائل مکان‌یابی هاب تحت شرایط عدم قطعیت پرداخته‌اند (به‌عنوان مثال، به [۲۷، ۲۸] رجوع نمایید). اما، تا آنجا که نویسندگان می‌دانند، تاکنون هیچ مطالعه‌ای در زمینه‌ی مکان‌یابی هاب منتشر نشده است که عدم قطعیت تصادفی را در طراحی یک شبکه‌ی حمل‌ونقل تندرو با در نظر گرفتن همزمان معیارهای سود و زمان خدمت به‌کار برده باشد.

برای استفاده از آن‌ها بستگی دارد. میزان تقاضا نیز به‌نوبه‌ی خود به طراحی شبکه مانند مکان ایستگاه‌ها بستگی دارد. بنابراین، با توجه به ویژگی‌های ذکر شده برای مدل‌های مکان‌یابی هاب و سرمایه‌گذاری‌های کلان مورد نیاز برای ایجاد اتصالات در سیستم‌های ریلی تندرو، استفاده از ساختارهای هاب برای طراحی آن‌ها سودمند به نظر می‌رسد. در این زمینه، در سال‌های اخیر، برخی مطالعات مانند [۲، ۳]، استفاده از ساختارهای توپولوژیکی از پیش تخصیص‌یافته مانند ساختارهای ستاره‌ای، مثلثی یا چرخ دستی را برای طراحی شبکه‌های ریلی تندرو پیشنهاد نموده‌اند. برخی دیگر مانند [۴، ۵، ۶] نیز به طراحی این شبکه‌ها با تعیین خطوط تندرو بدون در نظر گرفتن ساختاری خاص پرداخته‌اند. در برخی مطالعات علاوه بر تصمیمات راهبردی، تصمیمات راهکاری نیز در طراحی این شبکه‌ها گنجانده شده و مسأله‌ی یکپارچه‌ی طراحی شبکه‌های ریلی تندرو و برنامه‌ریزی خطوط بررسی گردیده است [۷، ۸]. این مطالعه به دنبال توسعه‌ی یک مدل ریاضی برای طراحی یک شبکه‌ی ریلی تندرو بر اساس مدل هاب و غیرهاب<sup>۱</sup> می‌باشد. در واقع، به‌جای استفاده از پیکربندی‌های از پیش تخصیص‌یافته یا طراحی بدون در نظر گرفتن ساختاری خاص، طراحی شبکه‌ی ریلی تندرو بر اساس ساختار کلی هاب و غیرهاب با در نظر گرفتن امکان وجود توقفات (ایستگاه‌ها) برای وسایل نقلیه‌ی تندرو روی محورهای هاب و غیرهاب مدنظر می‌باشد.

پنج فرض معمول زیربنای اکثر مطالعات در مسائل مکان‌یابی هاب هستند. این فرض‌ها عبارت‌اند از: الف) اتصال مستقیم بین گره‌های غیرهاب مجاز نیست، ب) هزینه‌های یال‌ها نامساوی مثلثی را برآورده می‌کنند، ج) یک ضریب تخفیف ثابت،  $\alpha$ ، برای یال‌های هاب وجود دارد، د) هزینه‌ی ایجاد یال‌های هاب صفر است و ه) هزینه‌ی ایجاد یال‌های غیرهاب صفر است [۹]. این مفروضات منجر به دو ویژگی مهم در شبکه‌ی جواب مسأله‌ی مکان‌یابی هاب می‌گردند. یکی از این ویژگی‌ها این است که زیرشبکه‌ی سطح هاب، یک شبکه‌ی کامل است. ویژگی دیگر این است که مسیرهای بین جفت‌های مبدأ-مقصد لزوماً شامل حداقل یک و حداکثر دو هاب می‌باشند. در رویکردهای جدید در زمینه‌ی مکان‌یابی هاب، بسیاری از محققان به دنبال آزادسازی برخی از این مفروضات برای نزدیک‌تر کردن مدل‌های ارائه شده به واقعیت، جهت به‌کارگیری آن‌ها در مسائل مختلف دنیای واقعی، بوده‌اند. در این خصوص، آزادسازی ویژگی کامل بودن زیرشبکه‌ی سطح هاب در سال‌های اخیر توجه زیادی به‌خود جلب نموده است. در برخی از این مدل‌ها، علاوه بر کامل بودن، هیچ ساختار توپولوژیکی خاص دیگری نیز-حتی گاهی به‌هم متصل بودن- برای شبکه‌ی سطح هاب در نظر نمی‌گیرند [۱۰]. اما برخی دیگر ساختارهای خاصی از جمله دایره [۱۱]، درخت [۱۲]، ستاره [۱۳] و مسیرها یا خطوط ساده [۱۴، ۱۵] برای شبکه‌ی سطح هاب در نظر گرفته‌اند. زیرشبکه‌ی سطح غیرهاب نیز می‌تواند دارای این ساختارهای خاص یا ساختارهای خاص دیگری مانند اتصالات مستقیم [۱۶]، مسیرهای با توقفات چندگانه

در نتیجه، این مقاله یک رویکرد جدید برای طراحی شبکه‌های ریلی تندر و براساس مدل‌های مکان‌یابی هاب ارائه می‌دهد که معیارهای سود و زمان را با در نظر گرفتن عدم قطعیت به کار می‌گیرد. مدل پیشنهادی می‌تواند در دنیای واقعی برای طراحی شبکه‌های ریلی تندر و که نیازهای هر دو گروه مدیران و کاربران شبکه را بهتر برآورده می‌کنند، به کار گرفته شود. در ادامه‌ی این مقاله، ابتدا در بخش ۲ مسأله تشریح و فرمول‌بندی شده است. سپس، نتایج آزمایش‌های محاسباتی در بخش ۳ گزارش شده است. در نهایت، بخش ۴ به بیان نتیجه‌گیری‌ها می‌پردازد.

## ۲. تشریح و فرمول‌بندی مسأله

در این بخش مسأله‌ی طراحی یک شبکه‌ی حمل‌ونقل ریلی تندروی مبتنی بر هاب تصادفی معرفی و فرمول‌بندی می‌گردد. تصمیم‌گیری‌های مسأله شامل تصمیم‌گیری در خصوص مکان گره‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، مکان‌یابی یال‌های هاب و غیرهاب، تشکیل خطوط حرکت هاب و غیرهاب، تعیین درصد تقاضاهای مبدأ-مقصد انتخاب شده برای خدمت‌دهی و تعیین نحوه‌ی مسیریابی جریان تقاضا از طریق شبکه می‌باشد. محدودیت‌های ظرفیت نیز در یال‌های هاب و غیرهاب در نظر گرفته شده‌اند. عدم قطعیت برای تقاضاها در نظر گرفته می‌شود که با مجموعه‌ای محدودی از سناریوها نشان داده می‌شود. اهداف مسأله شامل بیشینه‌سازی امید ریاضی سود کل و کمینه‌سازی امید ریاضی زمان خدمت کل می‌باشد. مفروضات کلیدی مدل توسعه‌یافته به شرح ذیل است:

- هر گره غیرهاب ایجاد شده در یک و تنها یک خط غیرهاب قرار دارد.
  - جریان تقاضا تنها می‌تواند از طریق خطوط شبکه مسیریابی شود.
  - هر گره غیرهاب به حداکثر یک گره هاب تخصیص می‌یابد.
  - تمام داده‌های مربوط به هزینه‌ها، درآمدها و جریان‌های تقاضا در یک افق زمانی یکسان مقیاس‌بندی می‌شوند.
- در نتیجه‌ی مفروضات ذکر شده در فوق، جریان تقاضا تنها می‌تواند در گره‌های هاب خط حرکت خود را تغییر دهد.

به منظور مدل‌سازی مسأله‌ی تصادفی پیشنهادی، از روش مدل‌سازی تصادفی دو مرحله‌ای استفاده شده است. تصمیمات مرحله‌ی اول شامل مکان‌یابی گره‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، مکان‌یابی یال‌های هاب و غیرهاب و تعیین خطوط هاب و غیرهاب می‌باشد. تصمیم‌گیری در خصوص درصد جریان‌های تقاضای خدمت‌دهی شده و نحوه‌ی مسیریابی آن‌ها نیز در مرحله دوم گنجانده شده است. با توجه به این که متغیرهای تصادفی مسأله‌ی تصادفی مورد نظر دارای مجموعه‌ی پشتیبان متناهی هستند، متغیرهای تصمیم مرحله‌ی دوم را می‌توان در مجموعه‌ی سناریوها نمایه کرد و شکل گسترده‌ی معادل قطعی مدل تصادفی مدنظر را با در نظر گرفتن مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم ذیل

همان‌گونه که قبلاً اشاره گردید، در سال‌های اخیر استفاده از ساختارهای هاب در برنامه‌ریزی تسهیلات توجه زیادی را به خود جلب نموده است (برای مثال به [۳۰، ۲۹] رجوع کنید). به طور کلی، برخی از کاربردهای دنیای واقعی برای مسائل مکان‌یابی هاب شامل شبکه‌های حمل‌ونقل مسافر یا کالا یا بسته‌های پستی، شبکه‌های ارتباطی که داده‌ها و اطلاعات را منتقل می‌کنند و خدمات اورژانسی که امکانات اشن‌نشانی یا بیماران را منتقل می‌کنند، می‌باشد. در زمینه‌ی شبکه‌های حمل‌ونقل، در ابتدا، شبکه‌های هاب عمدتاً در طراحی سیستم‌های حمل‌ونقل هوایی به کار گرفته می‌شدند. در سال‌های اخیر، استفاده از ساختار هاب برای طراحی شبکه‌های حمل‌ونقلی که از حالت‌های حمل‌ونقل چندگانه استفاده می‌کنند، به‌ویژه با در نظر گرفتن حالت‌های حمل‌ونقل تندر و، توجه زیادی را به خود جلب نموده است (برای مثال، به [۱۴، ۱۵، ۳۱، ۳۲، ۳۳ و ۲۴] رجوع کنید). در این مطالعات، معمولاً شبکه‌ی سطح هاب متناظر با یک حالت حمل‌ونقل تندر و مانند شبکه‌های ریلی تندر و و شبکه‌ی سطح غیرهاب متناظر با وسایل نقلیه‌ی جاده‌ای (مانند ماشین‌ها و کامیون‌ها) [۱۴، ۱۵]، اتوبوس [۳۲] یا کشتی [۳۴] در نظر گرفته می‌شود. مطالعات [۳۵، ۲۶] تنها مواردی هستند که شبکه‌های تندر و را برای هر دوی شبکه‌های سطح هاب و غیرهاب در نظر گرفته‌اند. مانند این مطالعات، در مسأله‌ی مورد مطالعه در این مقاله نیز شبکه‌های سطح هاب و غیرهاب هر دو توسط سیستم‌های تندر و خدمت‌دهی می‌شوند. مطالعه‌ی صورت گرفته در این مقاله مطالعه‌ی [۲۶] را برای در نظر گرفتن شرایط عدم قطعیت و مطالعه‌ی [۳۵] را برای در نظر گرفتن هر دوی معیارهای مدیرگرا و کاربرگرا، با به کار بردن اهداف بیشینه‌سازی سود خالص کل و کمینه‌سازی زمان خدمت کل، توسعه می‌دهد.

مدل ارائه شده با استفاده از حل‌کننده CPLEX بر روی نمونه‌های گرفته شده از مجموعه داده‌ی پست استرالیا (AP) مورد ارزیابی قرار گرفته است [۳۶]. شبکه‌های حاصل از حل مدل، تحت تنظیمات مختلف پارامترهای مهم مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و برخی بینش‌های مدیریتی ارائه گردیده است. نوآوری‌های کلیدی این مطالعه به شرح ذیل می‌باشد:

- توسعه‌ی یک مدل ریاضی برای طراحی یک شبکه‌ی ریلی تندر و براساس مدل هاب و غیرهاب با امکان توقفات در محورهای هاب و غیرهاب که شامل اتخاذ تصمیم‌گیری‌های همزمان در خصوص مکان همه‌ی گره‌ها و یال‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، تعیین خطوط حرکت هاب و غیرهاب، تعیین درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده و مسیریابی جریان تقاضاها در شبکه، با در نظر گرفتن محدودیت‌های ظرفیت در یال‌های هاب و غیرهاب می‌باشد.
- به کارگیری همزمان اهداف بیشینه‌سازی سود (از دیدگاه مدیران) و کمینه‌سازی زمان خدمت (از دیدگاه کاربران).
- در نظر گرفتن مسأله تحت شرایط عدم قطعیت.

فرمول‌بندی نمود.

مجموعه‌ها

- $N$  مجموعه‌ی گره‌های بالقوه برای مکان‌یابی ایستگاه‌ها (هاب و غیرهاب) ( $N = \{1, \dots, n\}$ ).
- $E$  مجموعه‌ی یال‌ها  $E = \{(i, j) : i, j \in N, i < j\}$
- $LH$  مجموعه‌ی خطوط هاب ممکن (برای سهولت در شمارش خطوط).
- $LS$  مجموعه‌ی خطوط غیرهاب ممکن (برای سهولت در شمارش خطوط).
- $S$  مجموعه‌ی سناریوها

پارامترها

- $w_{mns}$  جریان تقاضا از گره  $m$  به گره  $n$  در سناریوی  $s$ .
- $FCh_{ij}$  هزینه‌ی تأسیس یال هاب  $\{i, j\}$ .
- $FCs_{ij}$  هزینه‌ی تأسیس یال غیرهاب  $\{i, j\}$ .
- $ch_i$  هزینه‌ی تأسیس گره هاب  $i$ .
- $cs_i$  هزینه‌ی تأسیس گره غیرهاب  $i$ .
- $c_{ij}$  هزینه‌ی حمل‌ونقل به‌ازای هر واحد جریان عبوری از یال  $\{i, j\}$ .
- $vt$  ارزش پولی زمان.
- $d_{ij}$  طول یال  $\{i, j\}$ .
- $a$  ضریب تخفیف هزینه‌ی حمل‌ونقل در یال‌های هاب.
- $r_{mn}$  درآمد هر واحد جریان از گره  $m$  به گره  $n$  (مجموع قیمت بلیط و یارانه دولتی).
- $Uh$  کران بالا برای تعداد خطوطی که می‌توانند از یال‌های هاب عبور کنند.
- $hMax$  کران بالا برای تعداد گره‌های هاب در هر خط هاب.
- $sMax$  کران بالا برای تعداد گره‌های غیرهاب در هر خط غیرهاب.
- $dMax$  کران بالا برای طول هر خط هاب.
- $dMin$  کران پایین برای طول هر خط غیرهاب.
- $Caph$  بیشینه‌ی جریان مجاز در یال‌های هاب.
- $Caps$  بیشینه‌ی جریان مجاز در یال‌های غیرهاب (فرض می‌شود  $Caps < Caph$ ).
- $t$  زمان انتقال بین خطوط به‌ازای هر واحد جریان.
- $ah$  زمان دسترسی برای ورود به یک خط هاب.
- $as$  زمان دسترسی برای ورود به یک خط غیرهاب.
- $eh$  زمان خروج برای ترک یک خط هاب.
- $es$  زمان خروج برای ترک یک خط غیرهاب.
- $\lambda h$  میانگین سرعت قطارها در خطوط هاب ( $\lambda h = (2 - a)\lambda s$ ).
- $\lambda s$  میانگین سرعت قطارها در خطوط غیرهاب.
- $M$  یک مقدار عددی به‌اندازه‌ی کافی بزرگ.
- $p_s$  احتمال اتفاق سناریوی  $s$ .

متغیرهای تصمیم‌گیری

متغیرهای طراحی شبکه و تعیین خطوط

- $x_i$  اگر گره  $i$  به‌عنوان یک گره غیرهاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $x_{iu}$  اگر گره  $i$  به گره هاب  $u$  تخصیص یابد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است ( $x_{iu}$ : اگر گره  $u$  به‌عنوان یک گره هاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است).
- $zh_{ij}$  اگر یال  $\{i, j\}$  به عنوان یال هاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $zs_{ij}$  اگر یال  $\{i, j\}$  به‌عنوان یال غیرهاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $lh_l$  اگر خط  $l$  به‌عنوان یک خط هاب تعیین گردد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $ls_l$  اگر خط  $l$  به‌عنوان خط غیرهاب تعیین گردد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $x_i^l$  اگر گره  $i$  به‌عنوان یک گره غیرهاب در خط غیرهاب  $l$  انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $x_{ii}^l$  اگر گره  $i$  به‌عنوان یک گره هاب در خط  $l$  انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است ( $x_{ii}^l = 1$  اگر  $l$  یک خط غیرهاب باشد، بدین معنی است که خط غیرهاب  $l$  و گره‌های آن به گره هاب  $i$  تخصیص یافته‌اند).
- $yh_{ij}^l$  اگر یال هاب  $\{i, j\}$  به‌عنوان بخشی از خط هاب  $l$  انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $ys_{ij}^l$  اگر یال غیرهاب  $\{i, j\}$  به‌عنوان بخشی از خط غیرهاب  $l$  انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.
- $v_l$  اگر حداقل یک خط هاب غیر از خط هاب  $l$  در شبکه وجود داشته باشد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.

متغیرهای مسیریابی جریان

- $fh_{mnijs}^l$  کسری از جریان  $m$  به  $n$  که از یال هاب جهت‌دار  $(i, j)$  در خط هاب  $l$  و سناریوی  $s$  عبور می‌کند.
- $fs_{mnijs}^l$  کسری از جریان  $m$  به  $n$  که از یال غیرهاب جهت‌دار  $(i, j)$  در خط غیرهاب  $l$  و سناریوی  $s$  عبور می‌کند.
- $f_{mns}$  کسری از جریان  $m$  به  $n$  که تحت سناریوی  $s$  توسط شبکه (RTN) خدمت‌دهی می‌شود.
- $\tau_{mnis}$  سری از جریان  $m$  به  $n$  که تحت سناریوی  $s$  در گره  $i$  خط خود را تغییر می‌دهد.

مدل مسأله

با توجه به مفروضات و نمادگذاری‌های فوق، شکل گسترده‌ی معادل قطعی مدل تصادفی مدنظر را می‌توان به‌صورت ذیل فرمول‌بندی نمود.

$$\max P_E = \quad (1)$$

$$ys_{ij}^l \leq x_i^l + x_{ii}^l, \quad \{i, j\} \in E, l \in LS, \quad (۱۵)$$

$$ys_{ij}^l \leq x_j^l + x_{jj}^l, \quad \{i, j\} \in E, l \in LS, \quad (۱۶)$$

$$yh_{ij}^l \leq x_{ii}^l, \quad \{i, j\} \in E, l \in LH, \quad (۱۷)$$

$$yh_{ij}^l \leq x_{jj}^l, \quad \{i, j\} \in E, l \in LH, \quad (۱۸)$$

$$\sum_{l \in LH} yh_{ij}^l \leq Uh \cdot zh_{ij}, \quad \{i, j\} \in E, \quad (۱۹)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ii}^l \leq hMax \cdot lh_l, \quad l \in LH, \quad (۲۰)$$

$$\sum_{i \in N} x_i^l \leq sMax \cdot ls_l, \quad l \in LS, \quad (۲۱)$$

$$dMin \cdot lh_l \leq \sum_{\{i, j\} \in E} d_{ij} \cdot yh_{ij}^l \leq dMax \cdot lh_l, \quad l \in LH, \quad (۲۲)$$

$$dMin \cdot ls_l \leq \sum_{\{i, j\} \in E} d_{ij} \cdot ys_{ij}^l \leq dMax \cdot ls_l, \quad l \in LS, \quad (۲۳)$$

$$lh_l \leq \sum_{\{i, j\} \in E} yh_{ij}^l, \quad l \in LH, \quad (۲۴)$$

$$ls_l \leq \sum_{\{i, j\} \in E} ys_{ij}^l, \quad l \in LS, \quad (۲۵)$$

$$\sum_{j:j>i} yh_{ij}^l + \sum_{j:i>j} yh_{ji}^l \leq 2, \quad i \in N, l \in LH \quad (۲۶)$$

$$\sum_{j:j>i} ys_{ij}^l + \sum_{j:i>j} ys_{ji}^l \leq 2, \quad i \in N, l \in LS, \quad (۲۷)$$

$$lh_l + \sum_{\{i, j\} \in E} yh_{ij}^l = \sum_{i \in N} x_{ii}^l, \quad l \in LH, \quad (۲۸)$$

$$ls_l + \sum_{\{i, j\} \in E} ys_{ij}^l = \sum_{i \in N} x_i^l + \sum_{i \in N} x_{ii}^l = \sum_{i \in N} (x_{ii}^l + x_i^l), \quad l \in LS, \quad (۲۹)$$

$$\sum_{\{i, j\} \in E: i, j \in B} yh_{ij}^l \leq |B| - 1, \quad B \subseteq N, |B| \geq 2, l \in LH, \quad (۳۰)$$

$$\sum_{\{i, j\} \in E: i, j \in B} ys_{ij}^l \leq |B| - 1, \quad B \subseteq N, |B| \geq 2, l \in LS, \quad (۳۱)$$

$$x_{ii}^l \leq \sum_{j:j>i} ys_{ij}^l + \sum_{j:j>i} ys_{ji}^l \leq x_{ii}^l + M(1 - x_{ii}^l), \quad i \in N, l \in LS, \quad (۳۲)$$

$$\sum_{l' \in LH: l' \neq l} \sum_{i \in N} x_{ii}^l \cdot x_{ii}^{l'} \geq lh_l \cdot v_l, \quad l \in LH, \quad (۳۳)$$

$$v_l \leq \sum_{l' \in LH: l' \neq l} lh_{l'} \leq Mv_l, \quad l \in LH, \quad (۳۴)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in S} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} p_s \cdot r_{mn} \cdot w_{mns} \cdot f_{mns} \\ & - \sum_{s \in S} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} p_s \cdot w_{mns} \\ & \sum_{\{i, j\} \in E} \left( \sum_{l \in LH} a \cdot c_{ij} (fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{l \in LS} c_{ij} (fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l) \right) \\ & - \sum_{\{i, j\} \in E} (FCh_{ij} \cdot zh_{ij} + FCS_{ij} \cdot zs_{ij}) \\ & - \sum_{i \in N} (ch_i \cdot x_{ii} + cs_i \cdot x_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min T_E \\ & = \sum_{s \in S} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} w_{mns} \left[ \sum_{j \in N} \left( \sum_{l \in LH} (ah \cdot fh_{mmjns}^l) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + eh \cdot fh_{mnjns}^l \right) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{l \in LS} (as \cdot fs_{mmjns}^l + es \cdot fs_{mnjns}^l) \right) \\ & \quad + \sum_{\{i, j\} \in E} d_{ij} \left( \frac{1}{\lambda h} \sum_{l \in LH} (fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\lambda s} \sum_{l \in LS} (fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l) \right) \\ & \quad \left. + \sum_{i \in N: i \neq m, n} \tau_{mnis} \cdot t_i \right] \end{aligned} \quad (۲)$$

s.t.

$$zh_{ij} + zs_{ij} \leq 1, \quad \{i, j\} \in E, \quad (۳)$$

$$x_i + x_{ii} \leq 1, \quad i \in N, \quad (۴)$$

$$x_{iu} \leq x_i, \quad i, u \in N, i \neq u, \quad (۵)$$

$$x_{iu} \leq x_{uu}, \quad i, u \in N, \quad (۶)$$

$$\sum_{u \in N} x_{iu} = x_i + x_{ii}, \quad i \in N, \quad (۷)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ii}^l = ls_l, \quad l \in LS, \quad (۸)$$

$$x_i^l \leq \sum_{j \in N} x_{jj}^l \cdot x_{ij}, \quad i \in N, l \in LS, \quad (۹)$$

$$x_{ii}^l \leq x_{ii}, \quad i \in N, l \in LH \cup LS, \quad (۱۰)$$

$$\sum_{l \in LS} x_i^l = x_i, \quad i \in N, \quad (۱۱)$$

$$yh_{ij}^l \leq zh_{ij}, \quad \{i, j\} \in E, l \in LH, \quad (۱۲)$$

$$zh_{ij} \leq \sum_{l \in LH} yh_{ij}^l, \quad \{i, j\} \in E, \quad (۱۳)$$

$$\sum_{l \in LS} ys_{ij}^l = zs_{ij}, \quad \{i, j\} \in E, \quad (۱۴)$$

گره‌هایی باشند که به آن گره هاب تخصیص یافته‌اند. محدودیت‌های (۱۰) بدین معنی می‌باشند که یک گره هاب تنها در صورتی می‌تواند در یک خط قرار گیرد که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. محدودیت‌های (۱۱) تضمین می‌کنند که یک گره غیرهاب تنها در صورتی در یک خط قرار می‌گیرد که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. این محدودیت‌ها همچنین نشان می‌دهند که هر گره غیرهاب ایجادشده در یک و تنها یک خط غیرهاب قرار می‌گیرد (بنابراین، جریان تقاضا تنها می‌تواند در گره‌های هاب خط حرکت خود را تغییر دهد). محدودیت‌های (۱۲) نشان می‌دهند که یک یال هاب تنها در صورتی می‌تواند در یک خط واقع شود که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. محدودیت‌های (۱۳) بدین معنی هستند که یک یال هاب ایجادشده در حداقل یک خط هاب واقع می‌گردد. محدودیت‌های (۱۴) نشان می‌دهند که یک یال غیرهاب تنها در صورتی می‌تواند در یک خط واقع شود که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. این محدودیت‌ها همچنین نشان می‌دهند که هر یال غیرهاب ایجاد شده در یک و تنها یک خط غیرهاب قرار می‌گیرد. محدودیت‌های (۱۵) تا (۱۸) اطمینان حاصل می‌کنند که یک یال تنها در صورتی در شبکه ایجاد می‌شود که گره‌های مجاور آن ایجاد شده باشند. محدودیت‌های (۱۹) یک کران بالا روی تعداد خطوطی که می‌توانند از هر کدام از یال‌های هاب عبور کنند، اعمال می‌نمایند. محدودیت‌های (۲۰) و (۲۱)، به ترتیب، بیشینه‌ی تعداد گره‌های خطوط هاب و غیرهاب را تعیین می‌کنند. همچنین، این محدودیت‌ها باعث می‌شوند که هیچ گره یا یالی نتواند بخشی از یک خط تشکیل نشده باشد. محدودیت‌های (۲۲) و (۲۳) بیشینه و کمینه‌ی طول خطوط را تعیین می‌نمایند. با توجه به محدودیت‌های (۲۴) و (۲۵)، حداقل یک یال باید در هر خط تشکیل شده وجود داشته باشد. محدودیت‌های (۲۶) تا (۳۱) توپولوژی خط را برای خطوط هاب و غیرهاب تشکیل شده اعمال می‌کنند (محدودیت‌های (۳۰) و (۳۱) محدودیت‌های حذف زیرتور هستند). محدودیت‌های (۳۲) تضمین می‌کنند که گره هاب مربوط به یک خط غیرهاب خاص، گره‌ی از آن خط است و خط از طریق آن گره هاب به زیرشبکه‌ی سطح هاب متصل می‌گردد.

محدودیت‌های (۳۳) به هم متصل بودن زیرشبکه‌ی سطح هاب را تضمین می‌کنند و بدین معنی هستند که هر خط هاب تشکیل شده باید حداقل یک گره را با حداقل یک خط هاب تشکیل‌شده‌ی دیگر به اشتراک بگذارد. محدودیت‌های (۳۴) برای تعریف صحیح متغیرهای  $v_l$  به مدل اضافه شده‌اند. محدودیت‌های (۳۵) و (۳۶) بدین معنی هستند که جریان مربوط به یک جفت مبدأ-مقصد تنها زمانی می‌تواند از یک یال یک خط عبور کند که آن یال قبلاً در آن خط قرار گرفته باشد. محدودیت‌های (۳۷) و (۳۸)، به ترتیب، محدودیت‌های ظرفیت مربوط به یال‌های هاب و غیرهاب می‌باشند. محدودیت‌های (۳۹)، محدودیت‌های حفاظت جریان می‌باشند و اطمینان حاصل می‌کنند که کل جریان از گره  $m$  به گره  $n$ ، گره  $m$  را ترک می‌کند، به گره  $n$  می‌رسد و هر زمان که از یک گره میانی  $i$  عبور می‌کند، حفظ می‌گردد.

$$fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l \leq yh_{ij}^l, \quad m, n \in N, \{i, j\} \in E, l \in LH, s \in S, \quad (35)$$

$$fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l \leq ys_{ij}^l, \quad m, n \in N, \{i, j\} \in E, l \in LS, s \in S \quad (36)$$

$$\sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{l \in LH} w_{mns} \cdot (fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l) \leq Caph, \quad \{i, j\} \in E, s \in S, \quad (37)$$

$$\sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{l \in LS} w_{mns} \cdot (fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l) \leq Caps, \quad \{i, j\} \in E, s \in S, \quad (38)$$

$$\sum_{j \in N} \left( \sum_{l \in LH} (fh_{mnijs}^l - fh_{mnjis}^l) + \sum_{l \in LS} (fs_{mnijs}^l - fs_{mnjis}^l) \right) \quad (39)$$

$$\begin{cases} = +f_{mns}, & m, n, i \in N: i = m, m \neq n, s \in S \\ = -f_{mns}, & m, n, i \in N: i = n, m \neq n, s \in S \\ = 0, & m, n, i \in N: i \neq m, i \neq n, s \in S \end{cases} \quad (40)$$

$$\tau_{mnis} \leq f_{mns}, \quad m, n, i \in N: i \neq m, s \in S, \quad (40)$$

$$\sum_{j \in N} (fh_{mnijs}^l - fh_{mnjis}^l) \leq \tau_{mnis}, \quad l \in LH, m, n, i \in N: i \neq m, s \in S, \quad (41)$$

$$\sum_{j \in N} (fs_{mnijs}^l - fs_{mnjis}^l) \leq \tau_{mnis}, \quad l \in LS, m, n, i \in N: i \neq m, s \in S, \quad (42)$$

$$x_i, x_{iu}, zh_{ij}, zs_{ij}, x_{ii}^l \in \{0,1\}, \quad i, u \in N, \{i, j\} \in E, l \in LH \cup LS \quad (43)$$

$$lh_l, yh_{ij}^l, v_l, ls_l', x_i^l, ys_{ij}^l \in \{0,1\}, \quad \{i, j\} \in E, l \in LH, l' \in LS \quad (44)$$

$$f_{mns}, \tau_{mnis}, fh_{mnijs}^l, fs_{mnjis}^l \in (0,1), \quad m, n, i, j \in N, s \in S, l \in LH, l' \in LS \quad (45)$$

تابع هدف (۱) سود خالص کل شبکه را که از تفریق هزینه‌های کل از درآمدهای کل حاصل از خدمت‌دهی به تقاضاها محاسبه می‌شود، بیشینه می‌سازد. هزینه‌های کل برابر مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل در سطح هاب و غیرهاب و هزینه‌های ایجاد گره‌ها و یال‌های هاب و غیرهاب می‌باشد. تابع هدف (۲) زمان خدمت‌دهی کل را که برابر با مجموع زمان‌های سپری شده در وسایل نقلیه و زمان‌های لازم برای ورود به خطوط، خروج از خطوط و انتقال بین خطوط می‌باشد، کمینه می‌سازد.

محدودیت‌های (۳) و (۴) تضمین می‌کنند که هر گره و یال ایجادشده تنها می‌تواند هاب یا غیرهاب (و نه هر دو) باشد. محدودیت‌های (۵) و (۶) برای تعریف صحیح متغیرهای  $x_{iu}$  به مدل اضافه شده‌اند. محدودیت‌های (۷) نشان می‌دهند که هر گره ایجاد شده به یک و تنها یک گره هاب تخصیص داده می‌شود. محدودیت‌های (۸) هر خط غیرهاب تشکیل شده را به یک و تنها یک گره هاب تخصیص می‌دهند. محدودیت‌های (۹) تضمین می‌کنند که خطوط غیرهاب تخصیص داده شده به یک گره هاب خاص فقط می‌توانند شامل

RTN مبتنی بر هاب حاصل، تحت تنظیمات مختلف پارامترهای مهم، ارائه گردیده است.

به منظور ارزیابی عملکرد مدل دوهدفه‌ی پیشنهادی، در بخش اول آزمایش‌های محاسباتی، مدل با استفاده از روش اپسیلون-محدودیت حل شد و جواب‌های مرزی پارتو به دست آمد. برای این منظور، اپسیلون از 0 تا  $10^{10} \times 7$  با گام  $10^{10}$  تغییر یافت. نقاط مرزی پارتو به دست آمده برای یک نمونه از آزمایش‌ها با مقادیر داده شده در جدول (۱)، در شکل (۱) نشان داده شده است. روش اپسیلون-محدودیت جواب‌های پارتو را در زمانی کمتر از ۴۰۰۰ ثانیه به دست آورد. شکل (۲) نشان‌دهنده‌ی زمان CPU مورد نیاز برای به دست آوردن هر نقطه است. مشاهده می‌شود که با افزایش اولویت تابع زمان (اپسیلون)، حل جواب پارتو مربوطه دشوارتر می‌گردد. شکل (۱) شامل ترجیحات مختلف تصمیم‌گیرندگان است. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، افزایش اولویت زمان برای تصمیم‌گیرندگان منجر به کاهش امید ریاضی سود کل و کاهش امید ریاضی زمان کل می‌گردد. این اتفاق می‌تواند بیان‌گر اثربخشی در نظر گرفتن اهداف سود و زمان که اهدافی متناقض هستند، باشد. تصمیم‌گیرندگان با توجه به اولویت اهداف مسأله‌ی طراحی مدنظر، می‌توانند جواب نهایی خود را از بین نقاط مرزی پارتو انتخاب نمایند.

جدول (۱). مقادیر پارامترهای ورودی

نماد	مقدار	نماد	مقدار
$n$	10	$sMax$	5
$ LH $	1	$dMax$	$\max d_{ij}$ (کیلومتر)
$ LS $	2	$dMin$	$\min d_{ij}$ (کیلومتر)
$ S $	3	$Caph$	$Caps.FCh_{ij}/FCs_{ij}$
$FCh_{ij}$	$10^8 d_{ij}$ (تومان)	$Caps$	$1.5. \max w_{ij}$
$FCs_{ij}$	$6 \times 10^7 d_{ij}$ (تومان)	$t_i$	$\frac{\sum_{i,j \in N} d_{ij}/n^2}{(\lambda h + \lambda s)/2}$ 0.1 (ساعت)
$ch_i$	$25 \times 10^7$ (تومان)	$ah$	$0.6 \sum_{i \in N} t_i / n$ (ساعت)
$cs_i$	$10^8$ (تومان)	$eh$	$0.5 \sum_{i \in N} t_i / n$ (ساعت)
$c_{ij}$	$100 d_{ij}$ (تومان)	$as$	$ah. \lambda s / \lambda h$ (ساعت)
$tv$	$10^2$ (ساعت/تومان)	$es$	$eh. \lambda s / \lambda h$ (ساعت)
$a$	0.7	$\lambda h$	$(1 + \alpha_t). \lambda s$ (ساعت/کیلومتر)
$r_{mn}$	$150 d_{mn}$	$\lambda s$	80 (ساعت/کیلومتر)
$\gamma h$	1	$M$	2
$lh^{max}$	1	$H$	30
$ls^{max}$	2	$t^{AP}$	$10^7$
$hMax$	3		

به منظور بررسی دقیق امید ریاضی سود نقاط پارتو، شکل (۳) به صورت خلاصه تفکیک امید ریاضی سود کل را بر حسب امید ریاضی درآمدها، هزینه‌های مسیریابی در سطح هاب و غیرهاب و هزینه‌های ایجاد گره‌ها و یال‌های هاب و غیرهاب ارائه می‌نماید. توجه داشته باشید که هزینه‌ها در شکل به صورت سود منفی نشان داده شده‌اند. همان‌گونه

محدودیت‌های (۴۰) تا (۴۲) برای تعریف صحیح متغیرهای  $\tau_{mnis}$  به مدل اضافه شده‌اند. در آخر، محدودیت‌های (۴۳) تا (۴۵)، محدودیت‌های تعیین کران و علامت متغیرهای تصمیم می‌باشند.

### ۳. حل مسأله

در این بخش، روش‌های حل، داده‌های استفاده‌شده برای آزمایشات محاسباتی صورت گرفته و نتایج محاسباتی ارائه گردیده است.

#### ۳-۱. روش‌های حل

به منظور حل مسأله‌ی دوهدفه‌ی پیشنهادی در این مقاله، در بخشی از آزمایش‌های محاسباتی، از روش اپسیلون-محدودیت برای به دست آوردن جواب‌های مرزی پارتو استفاده گردید که در آن تابع هدف سود به عنوان تابع اصلی در نظر گرفته شد و تابع هدف زمان به محدودیت‌های مسأله منتقل گردید. برای ارزیابی اهمیت در نظر گرفتن چارچوب مدل‌سازی تصادفی و اندازه‌گیری حساسیت مدل به تغییرات در پارامترهای ضریب تخفیف و درآمدها از یک روش جمع وزنی استفاده گردید که در آن تابع زمان با یک ضریب که با  $tv$  نشان داده می‌شود از تابع سود کسر گردید. این ضریب ارزش زمان را نشان می‌دهد و امکان کمی نمودن اهمیت نسبی زمان نسبت به سود را فراهم می‌آورد.

تمامی آزمایش‌های محاسباتی بر روی یک لپ‌تاپ شخصی با ویندوز ۱۰ مجهز به پردازنده‌ی Intel® Core™ i5-8250U CPU و فرکانس 1.60-1.80 GHz @ ۸ گیگابایت حافظه‌ی RAM انجام شده است. برای حل، مدل ارائه شده ابتدا خطی‌سازی شده (با خطی‌سازی محدودیت‌های (۹) و (۳۳)) و سپس با استفاده از زبان برنامه‌نویسی C++ و IBM ILOG Concert Technology با IBM CPLEX 12.10 حل گردیده است.

#### ۳-۲. داده‌های مسأله

برای انجام آزمایش‌های محاسباتی مقاله از مجموعه‌داده‌ی AP استفاده گردید. به منظور محاسبه‌ی صحیح توابع هدف، داده‌های مربوط به هزینه‌ها، درآمدها و جریان‌های تقاضا برای یک افق زمانی  $H$  ساله محاسبه شد. بدین منظور، جریان تقاضا از  $i$  به  $j$  که با  $w_{ij}$  نشان داده می‌شود، براساس مجموعه داده‌ی AP برای  $H$  سال با استفاده از معادله‌ی  $w_{ij} = w_{ij}^{AP} / \sum_{i,j \in N} w_{ij}^{AP} \times t^{AP} \times Y$  محاسبه گردید که  $w_{ij}^{AP}$  جریان تقاضای  $i$  به  $j$  می‌باشد که از مجموعه داده‌ی AP گرفته شده است و  $t^{AP}$  تعداد کل سفرهای سالیانه‌ی تخمینی می‌باشد. ماتریس فاصله‌ی ارائه شده توسط مجموعه داده‌ی AP برای مدل استفاده شد و بقیه‌ی پارامترهای مدل آن‌گونه که در جدول (۱) گزارش شده است، تنظیم گردید. مقادیر این جدول در تمام آزمایشات استفاده شده است، مگر اینکه به صراحت ذکر شده باشد. در ادامه، نتایج آزمایش‌های محاسباتی به همراه بینش‌های مدیریتی ارائه گردیده است.

#### ۳-۳. آزمایش‌های محاسباتی

در این زیربخش نتایج آزمایش‌های محاسباتی انجام شده برای ارزیابی عملکرد مدل تصادفی دوهدفه‌ی پیشنهادی و تجزیه و تحلیل شبکه‌های

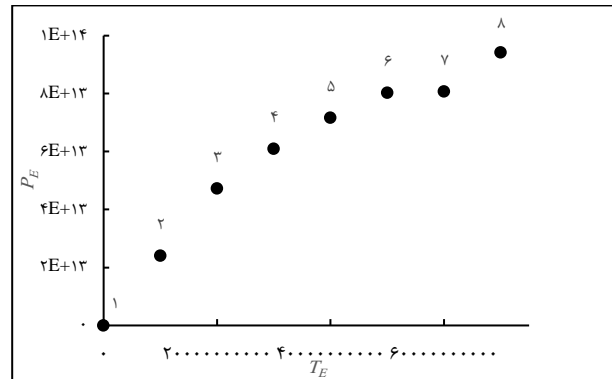
در بخش دوم آزمایش‌ها، از روش جمع وزنی ذکرشده در زیربخش ۱-۳ برای ارزیابی اهمیت در نظر گرفتن چارچوب مدل‌سازی تصادفی برای مسأله استفاده گردید. ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل<sup>۱</sup> (EVPI) و ارزش حل تصادفی<sup>۲</sup> (VSS) دو معیاری هستند که اغلب برای نشان دادن این اهمیت در نظر گرفته می‌شوند [۳۷]. EVPI نشان‌دهنده تفاوت بین مقدار بهینه‌ی مسأله‌ی تصادفی که با  $SP$  نشان داده می‌شود و مقدار هدف جواب به‌اصطلاح صبرکن و ببین<sup>۳</sup> که با  $WS$  نشان داده می‌شود، است. فرض کنید  $DE_s$  مقدار بهینه‌ی مسأله‌ی قطعی مرتبط با سناریوی  $s \in S$  را نشان می‌دهد. درصد EVPI به‌صورت  $EVPI(\%) = (WS - SP) / SP \times 100$  تعریف می‌شود که در آن  $WS = \sum_{s \in S} p_s DE_s$  درصد VSS به‌صورت  $VSS(\%) = (SP - EEV) / SP \times 100$  تعریف می‌شود که در آن مقدار بهینه‌ی مسأله‌ی تصادفی است که در آن متغیرهای مرحله اول برابر مقادیر بهینه‌شان در مسأله قطعی حاصل از جایگزینی متغیرهای تصادفی با امیدریاضی‌شان، قرار گرفته‌اند. این بخش از آزمایش‌ها با تغییر تعداد سناریوها طبق  $|S| \in \{1, 3, 5\}$  انجام گرفت. جدول (۲) نتایج به‌دست آمده را نشان می‌دهد. برای هر تعداد سناریو، پنج ستون بعدی، به‌ترتیب، مقادیر مربوط به زمان CPU مورد نیاز برای به‌دست آوردن جواب‌های بهینه (برحسب ثانیه)، امید ریاضی سود خالص کل، امید ریاضی زمان خدمت کل،  $EVPI(\%)$  و  $VSS(\%)$  را نشان می‌دهند. مقادیر گزارش شده در جداول این مقاله میانگین حاصل از حل ۳ نمونه از مسأله‌ی مورد آزمایش مربوطه می‌باشند. شکل (۴) پیکربندی شبکه‌ی به‌دست آمده برای ردیف دوم جدول (۲) را، به‌عنوان نمونه‌ای از شبکه‌های ریلی تندروی مبتنی بر هاب حاصل، نشان می‌دهد. خطوط ضخیم و باریک به‌ترتیب نشان‌دهنده خطوط هاب و غیرهاب هستند. گرهی که به شبکه متصل نیست، برای خدمت‌دهی انتخاب نشده است. از جدول (۲) مشاهده می‌شود که همان‌گونه که انتظار می‌رفت، با افزایش تعداد سناریوها حل نمونه‌ها سخت‌تر می‌گردد. همچنین مشاهده می‌شود که مقادیر  $EVPI(\%)$  و  $VSS(\%)$  به‌طور میانگین قابل توجه هستند. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که داشتن اطلاعات در مورد آینده به‌طور قابل توجهی سودمند است و مسأله ارزش حل با مدل تصادفی را دارد. همچنین، با توجه به مثبت بودن مقدار درصد ارزش حل تصادفی برای برخی نمونه‌های مسأله می‌توان نتیجه گرفت که تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت حتی می‌تواند زیرساخت شبکه را تغییر دهد.

جدول (۲). عملکرد مدل تصادفی دوهدفه‌ی پیشنهادی

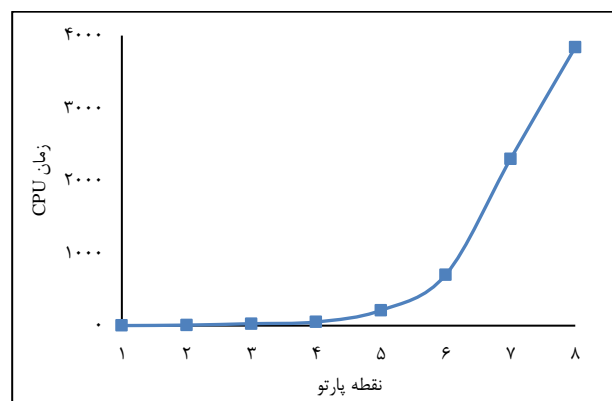
ردیف	$ S $	زمان CPU	$P_E$	$T_E$	$EVPI(\%)$	$VSS(\%)$
۱	۱	۱۳۵۹	$1/56e+14$	$1/70e+10$	-	-
۲	۳	۲۲۵۹	$8/07e+13$	$5/08e+10$	۱۰۲	۰
۳	۵	۴۷۴۵	$8/10e+13$	$7/92e+10$	۱۱۵	۱/۴۹

## 3. Wait-and-See

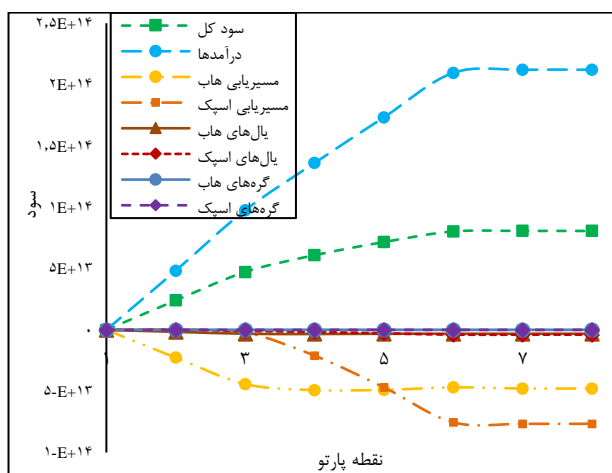
که قبلاً ذکر گردید، افزایش اولویت زمان، امید ریاضی سود کل را کاهش می‌دهد. به‌طور جزئی‌تر می‌توان گفت این امر باعث کاهش درآمدها و همچنین تمام انواع هزینه‌ها می‌شود که می‌تواند ناشی از کاهش تقاضاهای خدمت‌دهی شده باشد. کاهش سود کل ناشی از کاهش درآمدها می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که کاهش تقاضاهای خدمت‌دهی شده به‌میزان قابل توجهی هزینه‌های مسیریابی را کاهش می‌دهد، اما تأثیر قابل توجهی بر هزینه‌های ایجاد ندارد.



شکل (۱). جواب‌های مرزی پارتو



شکل (۲). زمان CPU مصرف‌شده برای نقاط مرزی پارتو



شکل (۳). تفکیک سود برای نقاط مرزی پارتو

1. Expected Value of Perfect Information (EVPI)
2. Value of Stochastic Solution (VSS)



فرآیند برنامه‌ریزی برای دستیابی به جواب‌های خوب برای موقعیت‌های دنیای واقعی می‌باشد.

جدول (۳). ویژگی‌های جواب‌های حاصل برای مقادیر مختلف ضریب

تخفیف		$T_E$	$P_E$	$1 - \alpha$	ردیف
زمان	درصد تقاضای				
CPU	خدمت‌دهی شده				
۱۹۱۵	۲۸/۶۷	$۵/۰۸e+۱۰$	$۶/۷۰e+۱۳$	۰/۱	۱
۲۲۵۹	۲۹/۲۲	$۵/۰۸e+۱۰$	$۸/۰۸e+۱۳$	۰/۳	۲
۳۰۲۸	۲۸/۸۷	$۵/۰۹e+۱۰$	$۹/۴۴e+۱۳$	۰/۵	۳

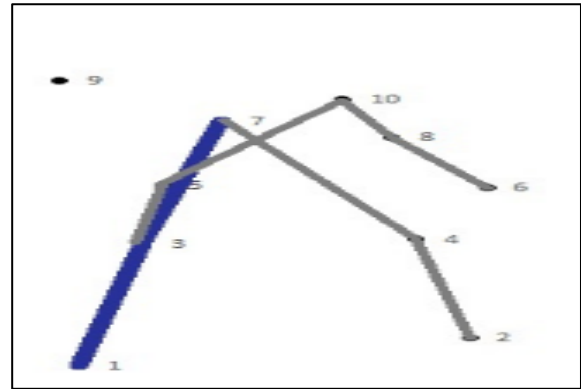
جدول (۴). ویژگی‌های جواب‌های حاصل برای مقادیر مختلف

درآمدها		$T_E$	$P_E$	$v_r$	ردیف
زمان	درصد تقاضای				
CPU	خدمت‌دهی شده				
۹۵	۱۲/۰۳	$۳/۵۵e+۱۰$	$۲/۶۰e+۱۳$	۱/۱	۱
۲۲۵۹	۲۹/۲۲	$۵/۰۹e+۱۰$	$۸/۰۷e+۱۳$	۱/۵	۲
۱۵۸۸۳	۲۹/۳۱	$۵/۱۸e+۱۰$	$۱/۵۲e+۱۴$	۲	۳

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی هاب دوهدفه‌ی تصادفی جدید برای طراحی شبکه‌های ریلی تندر ارائه شده است که به‌صورت همزمان به بیشینه‌سازی امیدریاضی سود خالص کل و کمینه‌سازی امیدریاضی زمان خدمت کل می‌پردازد. تقاضاها به‌صورت تصادفی در نظر گرفته شده و از رویکرد سناریومحور و روش مدل‌سازی تصادفی دومرحله‌ای برای فرموله نمودن مدل مسأله‌ی پیشنهادی استفاده گردیده است. در مسأله‌ی ارائه شده، علاوه بر تعیین زیرساخت شبکه که با تصمیم‌گیری درخصوص مکان گره‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب و انتخاب یال‌های هاب و غیرهاب صورت می‌گیرد، خطوط حرکت هاب و غیرهاب، درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده و نحوه‌ی مسیریابی تقاضاهای خدمت‌دهی شده در شبکه نیز تعیین می‌گردند.

مدل پیشنهادی با استفاده از روش‌های اپسیلون-محدودیت و جمع وزنی برای به‌دست آوردن نقاط مرزی پارتو، ارزیابی اهمیت مدل‌بندی تصادفی مسأله و تجزیه و تحلیل شبکه‌های ریلی تندر می‌تواند بر هاب حاصل، تحت تنظیمات مختلف پارامترهای مهم، حل گردید و برخی بینش‌های مدیریتی ارائه شد. از نتایج آزمایش‌های محاسباتی می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی قادر به تولید شبکه‌های حمل‌ونقلی است که می‌توانند بین اهداف متضاد سود و زمان تعادل برقرار کنند. نتایج عددی نشان دادند داشتن اطلاعات در مورد آینده سودمند است و مسأله ارزش حل با مدل تصادفی را دارد. علاوه بر این، تحلیل حساسیت برخی بینش‌های مدیریتی درخصوص تأثیر پارامترهای ضریب تخفیف و درآمدها بر کیفیت جواب‌های حاصل ارائه نمود. جهت



شکل (۴). نمونه‌ای از تنظیمات شبکه‌ی حاصل

به‌منظور بررسی ویژگی‌های جواب‌های حاصل از حل مدل پیشنهادی، در بخش سوم آزمایش‌ها، تأثیر ضریب تخفیف  $\alpha$  و درآمدها  $r_{mn}$  به‌عنوان دو پارامتر مهم تأثیرگذار بر طراحی شبکه و قابل تعیین براساس سیاست‌های تصمیم‌گیرندگان- روی جواب‌های حاصل مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. بدین منظور، جواب‌ها براساس امیدریاضی سود خالص کل، امیدریاضی زمان خدمت کل و امیدریاضی درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده، جهت دستیابی به بینش‌های مدیریتی، مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج مربوطه در جدول (۳) و جدول (۴) آورده شده است. برای بررسی درآمدها، پارامتر  $v_r$  مطابق جدول (۳) تغییر داده شد. برای هر ردیف از این جداول، چهار ستون بعدی، به‌ترتیب، مقادیر پارامتر مورد بررسی، امیدریاضی تقاضاهای خدمت‌دهی شده، امیدریاضی سود خالص کل، امیدریاضی زمان خدمت کل و زمان CPU صرف شده برای دستیابی به جواب‌ها را نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهند هنگامی که تخفیف به‌دلیل صرفه‌ی اقتصادی ناشی از مقیاس بیشتر است، تصمیم‌گیرندگان می‌توانند سود قابل توجه بیشتری کسب نمایند. همچنین با افزایش تخفیف، درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. این اتفاق می‌تواند نشان‌دهنده‌ی این واقعیت باشد که افزایش تخفیف تا حدی می‌تواند سود را به‌دلیل افزایش تقاضاهای جذب شده زیاد کند و بیشتر از آن سود را صرفاً به‌دلیل تخفیف هزینه‌ها و نه افزایش جذب تقاضا افزایش می‌دهد. به‌نظر نمی‌رسد انتخاب این پارامتر اثری کاهشی یا افزایشی روی امیدریاضی زمان خدمت کل داشته باشد. همان‌طور که از جدول مشاهده می‌شود و همان‌گونه که انتظار می‌رفت، افزایش درآمدها منجر به افزایش مقادیر امیدریاضی درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده و سود خالص کل می‌گردد. این افزایش، امیدریاضی زمان خدمت کل را نیز افزایش می‌دهد. این امر می‌تواند به این دلیل باشد که داشتن تقاضای خدمت‌دهی شده‌ی بیشتر ممکن است منجر به فراتر رفتن از آستانه‌ی ظرفیت یال‌ها در مسیرهای مبدأ-مقصد کوتاه‌تر و لزوم مسیریابی جریان تقاضا در مسیرهای طولانی‌تر شود.

از نتایج، می‌توان نتیجه گرفت که تصمیمات مختلف به‌صورت توأمان در دستیابی به جواب‌های خوب دخیل هستند. این امر نشان‌دهنده‌ی اهمیت در نظر گرفتن جنبه‌ها و مراحل مختلف یک

- Tree of Hubs Location Problem, *European Journal of Operational Research*, 202 (2): 390-400, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.044>.
- [13] Labbé, M. and Yaman, H., 2008, Solving the hub location problem in a star-star network, *Networks*, 51 (1): 19-33, doi: <https://doi.org/10.1002/net.20193>.
- [14] Martins de Sá, E., Contreras, I., Cordeau, J.-F., de Camargo, R. S. and de Miranda, G., (2015). The Hub Line Location Problem, *Transportation Science*, 49 (3): 500-518, doi: 10.1287/trsc.2014.0576.
- [15] Martins de Sá, E., Contreras, I. and Cordeau, J.-F., (2015). Exact and heuristic algorithms for the design of hub networks with multiple lines, *European Journal of Operational Research*, 246 (1): 186-198, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.04.017>.
- [16] Mahmutoğulları, A. İ. and Kara, B. Y., (2015). Hub Location Problem with Allowed Routing between Nonhub Nodes, *Geographical Analysis*, 47 (4): 410-430, doi: 10.1111/gean.12075.
- [17] Yaman, H., Kara, B. Y. and Tansel, B. Ç., (2007). The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers, *Transportation Research Part B: Methodological*, 41 (8): 906-919, doi: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2007.03.003>.
- [18] Thomadsen, T. and Larsen, J., (2007). A hub location problem with fully interconnected backbone and access networks, *Computers & Operations Research*, 34 (8): 2520-2531, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.09.018>.
- [19] Kartal, Z., Hasgul, S. and Ernst, A. T., (2017). Single allocation p-hub median location and routing problem with simultaneous pick-up and delivery, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 108: 141-159, doi: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2017.10.004>.
- [20] Basirati, M., Akbari Jokar, M. R. and Hassannayebi, E., (2020). Bi-objective optimization approaches to many-to-many hub location routing with distance balancing and hard time window, *Neural Computing and Applications*, 32 (17), 13267-13288, doi: 10.1007/s00521-019-04666-z.
- [21] Kemmar, O., Bouamrane, K. and Gelareh, S., (2021). Hub location problem in round-trip service applications, *RAIRO-Oper. Res.*, 55: 2831-S2858. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1051/ro/2020125>.
- [22] Tikani, H., Honarvar, M. and Mehrjerdi, Y. Z., (2018). Developing an integrated hub location and revenue management model considering multi-classes of customers in the airline industry, *Computational and Applied Mathematics*, 37 (3): 3334-3364, doi: 10.1007/s40314-017-0512-3.
- [23] Taherkhani, G. and Alumur, S. A., 2019, Profit maximizing hub location problems, *Omega*, 86: 1-15, doi: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.05.016>.
- [24] Kaveh, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., Triki, C., Rahimi, Y. and Jamili, A., (2021). A new bi-objective model of the urban public transportation hub network design under uncertainty, *Annals of Operations Research*, 296 (1): 131-162, doi: 10.1007/s10479-019-03430-9.
- [25] Oliveira, F. A., de Sá, E. M. and de Souza, S. R., (2022). Benders decomposition applied to profit maximizing hub location problem with incomplete hub network, *Computers & Operations Research*, 142, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.105715>.
- [26] Fallah-Tafti, M., Honarvar, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Sadegheih, A., (2022). Mathematical modeling of a bi-objective hub location-routing problem for rapid transit networks, *RAIRO-Oper. Res.*, 56 (5): 3733-3763. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1051/ro/2022170>.
- انجام تحقیقات آتی، توسعه‌ی الگوریتم‌های حل کارآمد، اعم از دقیق یا فراابتکاری، برای حل نمونه‌های با ابعاد واقعی مسأله پیشنهاد می‌گردد. علاوه بر این، از دیدگاه مدل‌سازی، در نظر گرفتن سایر محدودیت‌های دنیای واقعی مانند محدودیت ظرفیت ایستگاه‌ها، در نظر گرفتن تصمیمات راهکاری (علاوه بر تصمیمات راهبردی) و سایر عوامل عدم قطعیت، برای ایجاد مدل‌های کاربردی‌تر، پیشنهاد می‌گردد.
- ### مراجع
- [1] Ahmadi, T., Karimi, H., Davoudpour, H. and Hosseinijou, S. A., (2015). A robust decision-making approach for p-hub median location problems based on two-stage stochastic programming and mean-variance theory: a real case study, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 77 (9): 1943-1953, doi: 10.1007/s00170-014-6569-x.
- [2] Gutiérrez-Jarpa, G., Obreque, C., Laporte, G. and Marianov, V., (2013). Rapid transit network design for optimal cost and origin-destination demand capture, *Computers & Operations Research*, 40 (12): 3000-3009, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.06.013>.
- [3] Gutiérrez-Jarpa, G., Laporte, G., Marianov, V. and Moccia, L., (2017). Multi-objective rapid transit network design with modal competition: The case of Concepción, Chile, *Computers & Operations Research*, 78: 27-43, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.08.009>.
- [4] Marín, Á. and García-Ródenas, R., (2009). Location of infrastructure in urban railway networks, *Computers & Operations Research*, 36 (5): 1461-1477, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2008.02.008>.
- [5] López-Ramos, F., Codina, E., Marín, Á. and Guarnaschelli, A., (2017). Integrated approach to network design and frequency setting problem in railway rapid transit systems, *Computers & Operations Research*, 80: 128-146, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.12.006>.
- [6] Shushan, C., Qinghuai, L. and Zhong, S., (2019). Design of Urban Rail Transit Network Constrained by Urban Road Network, *Trips and Land-Use Characteristics, Sustainability*, 11, doi: <https://doi.org/10.3390/su11216128>.
- [7] Canca, D., De-Los-Santos, A., Laporte, G. and Mesa, J. A., (2017). An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line planning problem, *Computers & Operations Research*, 78: 1-14, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.08.008>.
- [8] Canca, D., De-Los-Santos, A., Laporte, G. and Mesa, J. A., (2019). Integrated Railway Rapid Transit Network Design and Line Planning problem with maximum profit, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 127: 1-30, doi: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.04.007>.
- [9] Contreras, I. and O'Kelly, M., (2019). Hub Location Problems, In *Location Science*, edited by G. Laporte, S. Nickel, and F. Saldanha da Gama. Cham: Springer International Publishin, doi: 10.1007/978-3-030-32177-2\_12.
- [10] Campbell, J. F., Ernst, A. T. and Krishnamoorthy, M., (2005). Hub Arc Location Problems: Part I—Introduction and Results, *Management Science*, 51 (10): 1540-1555, doi: 10.1287/mnsc.1050.0406.
- [11] Contreras, I., Tanash, M. and Vidyarthi, N., (2013). The cycle hub location problem, Technical Report CIRRELT 59.
- [12] Contreras, I., Fernández, E. and Marín, A., (2010). The

- (2017). Development of hub and spoke model for improving operational efficiency of bus transit network of Bangalore city, *Case Studies on Transport Policy*, 5 (1): 71-79, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cstp.2016.12.003>.
- [32] Huang, D., Liu, Z., Fu, X. and Blythe, P. T., (2018). Multimodal transit network design in a hub-and-spoke network framework, *Transportmetrica A: Transport Science*, 14 (8): 706-735, doi: 10.1080/23249935.2018.1428234.
- [33] Chen, K., Xin, X., Zhang, T. and Yang, Z., (2020). Multiport cooperative location model with a safe-corridors setting in West Africa, *International Journal of Logistics Research and Applications*, 23 (6): 580-601, doi: 10.1080/13675567.2019.1708873.
- [34] Gelareh, S. and Nickel, S., (2011). Hub location problems in transportation networks, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47 (6): 1092-1111, doi: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2011.04.009>.
- [35] Fallah-Tafti, M., Honarvar, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Sadegheih, A., (2022). Developing a capacitated hub location-routing model for the rapid transit network design under uncertainty, *Iranian Journal of Operations Research*, 13 (1), 103-122.
- [36] Ernst, A. T. and Krishnamoorthy, M., (1996). Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem, *Location Science*, 4 (3): 139-154, doi: [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(96\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(96)00011-3).
- [37] Birge, J. and FV, L., (2011). *Introduction to stochastic programming*. New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Springer, doi: 10.1007/978-1-4614-0237-4\_2.
- [۲۷] غفاری نسب، ن.، غضنفری، م. و تیموری، ا.، (۱۳۹۲). طراحی شبکه لجستیک هاب استوار با در نظر گرفتن تقاضاهای تصادفی برای شرکت‌های ارائه دهنده خدمات لجستیکی، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱ (۲): ۹۷-۱۰۷. [برخط]. در دسترس:  
[https://ier.basu.ac.ir/article\\_681\\_4d8beb44595ef5e040966e14187201025.pdf](https://ier.basu.ac.ir/article_681_4d8beb44595ef5e040966e14187201025.pdf)
- [28] Rahimi, Y., Torabi, S. A. and Tavakkoli-Moghaddam, R., (2019). A new robust-possibilistic reliable hub protection model with elastic demands and backup hubs under risk, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 86: 68-82, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2019.08.019>.
- [۲۹] عیدی، ع. و برزگر، خ.، (۱۳۹۴). ارائه یک الگوریتم حل دقیق برای مسأله جایابی p هاب میانه با تخصیصی r-تایی، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۳ (۵): ۶۱-۷۱. [برخط]. در دسترس:  
[https://ier.basu.ac.ir/article\\_1176\\_9765f80ebbc8d02cf4f0a5ff2aef4a67.pdf](https://ier.basu.ac.ir/article_1176_9765f80ebbc8d02cf4f0a5ff2aef4a67.pdf)
- [۳۰] حسینی، س. م. ح.، حسینی، ع. ا. و اسدیان، م.، (۱۳۹۶). مدل‌سازی و حل مسأله مکان‌یابی هاب سلسله مراتبی چندوسیله‌ای با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت هاب‌ها، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۵ (۱۰): ۱-۱۵، doi: 10.22084/ier.2017.12211.1560
- [31] Verma, A., Kumari, A., Tahlyan, D. and Hosapujari, A. B.,



DOI: 10.22084/IER.2023.27883.2131

## A Bi-objective Stochastic Hub Location-Routing Model for the Railway Rapid Transit Network Design

M. Fallah-Tafti<sup>1\*</sup>, M. Honarvar<sup>2</sup>, R. Tavakkoli-Moghaddam<sup>3</sup>, A. Sadegheih<sup>4</sup>

<sup>1</sup>: PhD Candidate of Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

<sup>2</sup>: Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

<sup>3</sup>: Professor, School of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

<sup>4</sup>: Professor, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received: 2023/2/7

Accepted: 2023/6/8

#### Keywords:

Hub Location  
Railway Rapid Transit Network  
Design  
Hub And Spoke Network  
Bi-Objective and Stochastic  
Optimization.

### ABSTRACT

This study focuses on the development of a stochastic bi-objective hub location-routing model for a railway rapid transit network design problem. Due to the use of railway rapid transit systems in the hub-level sub-network (i.e., the network among the hub nodes) and the spoke-level sub-network (i.e., the network that connect spoke nodes to each other and to hub nodes), the decisions to make concern the location of hub nodes, spoke nodes, hub edges and spoke edges, and the determination of hub and spoke lines, the percentage of satisfied demands, and the way of routing the demands, simultaneously. Uncertainty is assumed for demands represented by a finite set of scenarios. The problem is formulated through a two-stage stochastic modeling framework. The aim is to maximize the total expected profit and to minimize the total expected service time. The performance of the model is evaluated through computational tests using the well-known AP dataset. The computational results confirm the importance of considering the stochastic model and the conflicting profit and time objectives for the given problem. Some managerial insights are also provided through the analysis of the resulting networks under various parameter settings and the investigation of the effect of these settings on the characteristics of the obtained solutions and the interactions among the different aspects of the studied complex decision problem.

\* Corresponding author. M. Honarvar  
Tel.: 035-31232345; E-mail address: [mhonarvar@yazd.ac.ir](mailto:mhonarvar@yazd.ac.ir)