

زمان‌بندی ماشین‌های موازی یکسان با در نظر گرفتن عملیات مشترک به منظور کمینه نمودن مجموع انرژی‌های مصرفی و مجموع زمان‌های دیرکرد

حشمت‌الله عطائی^۱، فردین احمدی‌زر^{۲*}، جمال ارکات^۳

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
۳. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

خلاصه

مدیریت مصرف انرژی هم‌زمان با زمان‌بندی عملیات تولید از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است چراکه با زمان‌بندی بهینه می‌توان به کاهش مصرف انرژی نیز کمک نمود. در این پژوهش، مسأله زمان‌بندی در محیط ماشین‌های موازی یکسان با در نظر گرفتن عملیات مشترک به منظور کمینه نمودن هم‌زمان مجموع انرژی‌های مصرفی و مجموع زمان‌های دیرکرد مورد مطالعه قرار می‌گیرد. بدین منظور ابتدا برای مسأله مورد بررسی، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته دوهدفه ارائه می‌گردد و برای حل مسائل با ابعاد کوچک از روش محدودیت افسیلون تکامل یافته جهت دستیابی به مجموعه نقاط پارتو بهینه استفاده می‌شود. در ادامه با توجه به پیچیدگی محاسباتی مسأله، الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب (NRGA) به منظور حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ توسعه داده می‌شوند. کارایی و عملکرد الگوریتم‌های حل ارائه شده با انجام آزمایش‌های محاسباتی بر روی مسائل نمونه، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بر اساس نتایج به دست آمده، الگوریتم NSGA-II منجر به ارائه جبهه‌های پارتوی تقریبی با همگرایی بهتر می‌شود به گونه‌ای که عملکرد این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم NRGA به لحاظ درصد انحراف نسبی (RPD) در شاخص‌های Q و MID به ترتیب ۳۰٪ و ۲۲٪ بهتر است. از سوی دیگر، الگوریتم NRGA در زمانی کمتر، جواب‌های نامغلوب بیشتر و با تنوع بهتر را ارائه می‌دهد به گونه‌ای که عملکرد این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم NSGA-II به لحاظ درصد انحراف نسبی (RPD) در شاخص‌های D و NPS به ترتیب ۱۲٪ و ۸٪ بهتر است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۰/۶/۱۷

پذیرش ۱۴۰۰/۱۱/۱۷

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

زمان‌بندی عملیات مشترک

ماشین‌های موازی یکسان

مصرف انرژی

دیرکرد

الگوریتم NSGA-II

الگوریتم NRGA

۱. مقدمه

انرژی یک نیاز حیاتی برای جامعه به شمار می‌رود و اهمیت استفاده مؤثر و کارا از آن به دلیل کاهش منابع انرژی تجدیدناپذیر، روز به روز افزایش می‌یابد. همراه با فرآیند تولید و مصرف انرژی، مقدار زیادی از گازهای گلخانه‌ای در جو زمین منتشر می‌شوند. صنایع تولیدی تقریباً

نیمی از کل انرژی موجود در جهان را مصرف می‌کنند [۱، ۲] و در نتیجه بخش‌های تولیدی به دلیل استفاده گسترده از انرژی، گازهای گلخانه‌ای بیشتری را تولید می‌نمایند [۳]. بنابراین بهبود بهره‌وری انرژی و کنترل انتشار گازهای گلخانه‌ای در بخش‌های تولیدی، ضروری به نظر می‌رسد. استراتژی‌های بهره‌وری انرژی متنوعی در دسترس

* نویسنده مسئول: فردین احمدی‌زر

تلفن: ۰۰۸۷-۳۳۶۶۹۱۶۲، پست الکترونیکی: f.ahmadizar@uok.ac.ir

شوند که در این صورت زمان پردازش و تقاضای انرژی متفاوتی دارند. در این مسأله هدف حداقل نمودن حداکثر زمان تکمیل است و برای حل مسأله، محققین الگوریتم ژنتیک مبتنی بر روش ابتکاری دومرحله‌ای را ارائه نموده‌اند. زنگ و همکاران [۱۴] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی یکنواخت دوهدفه را به منظور حداقل نمودن مجموع هزینه برق مصرفی و تعداد ماشین‌هایی که تحت تعرفه TOU مورد استفاده قرار می‌گیرند، مورد مطالعه قرار داده‌اند و برای رسیدن به نقاط پارتو، یک ساختار جستجوی تکراری را توسعه داده‌اند. وو و چه [۱۵] مسأله کارایی انرژی در زمان‌بندی ماشین موازی غیروابسته را برای حداقل نمودن مجموع انرژی مصرفی و حداکثر زمان تکمیل در نظر گرفته‌اند و برای حل مسأله، الگوریتم ممتیک تکامل تفاضلی^۵ را ارائه داده‌اند. ایشان با هدف تقویت الگوریتم ارائه شده، جستجوهای محلی را توسعه داده‌اند. صفرزاده و اخوان نیایی [۱۶] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی یکنواخت را در چارچوب زمان‌بندی سبز^۶ مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مسأله به منظور مدل‌سازی تأثیرات پایداری منابع تولید نظیر انرژی یا انتشار کربن، برای هر ماشین نرخ‌های هزینه‌ای سبز متفاوتی لحاظ شده است. محققین مسأله را با هدف حداقل نمودن حداکثر زمان تکمیل و مجموع هزینه‌های سبز، مدل‌سازی نموده و برای دستیابی به نقاط پارتو، روش محدودیت اپسیلون^۷ را ارائه نموده‌اند.

وانگ و همکاران [۱۷] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی یکسان با اهداف حداقل نمودن حداکثر زمان تکمیل و مجموع انرژی مصرفی را مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مسأله ماشین‌ها نرخ مصرف انرژی متفاوت دارند و قیمت‌گذاری برق مصرفی براساس سیاست TOU در نظر گرفته شده است. محققین برای حل مسأله در ابعاد کوچک از روش محدودیت اپسیلون بهره برده‌اند و برای حل مسأله در ابعاد بزرگتر، یک روش ابتکاری سازنده^۸ (CH) با استراتژی جستجوی محلی را مطابق با ویژگی‌های مسأله توسعه داده‌اند. انگینولفی و همکاران [۱۸] برای حل مسأله ارائه شده در مرجع [۱۷]، روش ابتکاری ad-hoc را توسعه داده‌اند. این روش از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول آن، نسخه بهبودیافته الگوریتم CH ارائه شده در مرجع [۱۷] است و بخش دوم شامل یک جستجوی محلی جدیدی است که جواب‌های پارتو را بهبود می‌بخشد. ایشان با انجام آزمایش‌های محاسباتی، کارایی و اثربخشی روش ارائه شده را مورد بررسی قرار داده‌اند. ژانگ و همکاران [۱۹] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی دومرحله‌ای با لحاظ نمودن سیاست TOU را به منظور حداقل نمودن هزینه‌های برق مصرفی مورد بررسی قرار داده‌اند. سیستم ماشین موازی دومرحله‌ای از ماشین‌های موازی یکسان با استراتژی پیمایش سریع در مرحله ۱ و ماشین‌های موازی غیروابسته در مرحله ۲ تشکیل شده است. محققین، مسأله مورد

مدیران تولید قرار دارد. به‌عنوان مثال استفاده از ماشین‌های کارا به‌لحاظ مصرف انرژی ممکن است به صرفه‌جویی در انرژی کمک کند [۴]. اگرچه این راهبرد ممکن است نیازمند سرمایه‌گذاری بیشتری باشد و بر شرکت‌ها فشار مالی مضاعفی را وارد نماید. بنابراین برای دستیابی به اهداف صرفه‌جویی در انرژی و همچنین کاهش هزینه‌های مالی، مدیران تولید ممکن است به کمک استراتژی‌های زمان‌بندی نیاز داشته باشند. مسائل زمان‌بندی باتوجه به محیط ماشین در دسته‌های شناخته شده‌ای، طبقه‌بندی شده‌اند. مسائل زمان‌بندی تک‌ماشین، ماشین موازی، جریان کارگاهی و کار کارگاهی شایع‌ترین این دسته‌ها هستند. در این میان زمان‌بندی ماشین‌های موازی اهمیت خاصی بین مباحث زمان‌بندی دارد چراکه ماشین‌های موازی تعمیمی از حالت تک‌ماشین و حالت خاصی از جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر است [۵]. در سال‌های اخیر مسائل زمان‌بندی با در نظر گرفتن صرفه‌جویی انرژی الکتریسته مورد مطالعه بسیاری از محققان قرار گرفته است. چندین استراتژی مصرف انرژی برق مانند استراتژی روشن-خاموش^۱ و پیمایش سریع^۲ و همچنین سیاست‌های مختلف محاسبه هزینه انرژی برق مصرفی نظیر قیمت ثابت، قیمت براساس زمان استفاده^۳ (TOU) و قیمت پلکانی^۴ در ادبیات موضوع توسعه یافته و مورد پذیرش قرار گرفته است. محققان متعددی مسائل مختلف زمان‌بندی را با در نظر گرفتن استراتژی‌های متفاوت در زمینه مصرف انرژی و محاسبه هزینه آن با در نظر گرفتن هم‌زمان اهداف مرتبط با زمان‌بندی و انرژی، مورد مطالعه قرار داده‌اند [۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰]. در این میان مسائل مرتبط با زمان‌بندی ماشین‌های موازی با لحاظ نمودن مصرف انرژی، سهم خاصی از مطالعات مذکور را به خود اختصاص داده است.

لی و همکاران [۱۱] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی غیروابسته را برای حداقل نمودن هزینه‌های انرژی و دیرکرد مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مسأله مصرف انرژی برای حالت‌های مختلف ماشین از جمله راه‌اندازی، بیکاری و پردازش در نظر گرفته شده است. برای مسأله یک مدل ریاضی به‌گونه‌ای که دو هدف به‌صورت یک هدف واحد در نظر گرفته شده، توسعه داده شده است و برای حل آن ده روش ابتکاری با لحاظ نمودن قوانین اولویت، قوانین ترکیبی و مصرف انرژی ارائه شده است. چه و همکاران [۱۲] مسأله کارایی انرژی در زمان‌بندی ماشین موازی غیروابسته را با هدف حداقل نمودن مجموع هزینه‌های برق مصرفی، مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مسأله سیاست قیمت‌گذاری برق مبتنی بر زمان استفاده (TOU) بوده و حداکثر زمان تکمیل نیز محدود است. محققین برای حل مسأله یک الگوریتم دومرحله‌ای را ارائه داده‌اند. وانگ و همکاران [۱۳] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی با پیک تقاضای انرژی برق محدود شده را مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مسأله کارها می‌توانند با حالت‌های مختلف پردازش

6. Green Scheduling
7. ϵ -Constraint
8. Constructive Heuristic

1. Power-Down
2. Speed-Scaling
3. Time-Of-Use
4. Tiered Price
5. Memetic Differential Evolution

کار مؤثر باشد. این مسائل تحت عنوان مسائل زمان‌بندی عملیات مشترک^۷ (COS) معرفی می‌شوند. مسائل زمان‌بندی عملیات مشترک برای یافتن ترتیب بهینه از عملیات موردنیاز مجموعه‌ای از کارها تحت این شرایط که زمانی که یک عمل توسط ماشین پردازش می‌شود، آن عمل برای تمامی کارهایی که به‌عمل مذکور نیاز دارند پردازش شده است، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۵]. این نوع مسائل کاربردهای مختلفی دارند که از جمله این کاربردها می‌توان به ترمیم شبکه پیشرفته^۸ [۲۶]، فیلم‌برداری [۲۷] و توالی الگو در مسئله برش موجودی^۹ [۲۵] اشاره کرد.

مسئله برش موجودی شامل برش مجموعه‌ای از قطعات موجودی در دسترس (اشیا^{۱۰}) برای تولید مقادیر مشخصی از قطعات کوچکتر (اقلام^{۱۱}) است که یک تابع هدف نظیر حداقل نمودن کل ضایعات، حداقل نمودن تعداد اشیا برش خورده، حداکثر نمودن سود یا حداقل نمودن هزینه‌های تولید را به‌منظور برآورده کردن تقاضای مشتریان از اقلام مختلف، بهینه می‌کند. مسئله برش موجودی در بسیاری از فرآیندهای صنعتی جایی که اشیا می‌تواند میله‌های فولاد، رول‌های کاغذ یا آلومینیوم، صفحات چوبی، ورق‌های فلزی، تخته مدار چاپی، ورق‌های شیشه‌ای، قطعات چرمی و ... باشد، اتفاق می‌افتد. در این صنایع کاهش هزینه‌های تولید و بهبود بهره‌وری غالباً به استفاده از برنامه‌های برش مناسب و استراتژی‌های برش مرتبط می‌شود. برنامه برش یک راه‌حل برای مسئله برش موجودی است که توسط مجموعه‌ای از الگوهای برش و تناوب استفاده از آن‌ها ارائه می‌شود. یک الگوی برش زیرمجموعه‌ای از اقلام را که باید از برش یکی از اشیا به‌دست آیند، تعیین می‌کند. اگر در مسئله برش، اقلام دو یا چندبعدی باشند آنگاه الگوهای برش، چیدمان اقلام بر روی هر یک از اشیا را نیز مشخص می‌کنند [۲۸]. به‌عنوان مثال در کارخانه تولید مبلمان، صفحات چوبی باید توسط یک یا چند ماشین برش و براساس الگوهای برش از پیش تعیین شده برای تولید قطعات کوچکتر، برش خورده شوند. هر سفارش مشتری (کار) شامل چندین قطعه کوچک است که ممکن است در یک یا چند الگوی متفاوت، جانمایی شده باشند. بنابراین یک سفارش زمانی تکمیل می‌شود که تمامی الگوهای موردنیاز آن سفارش توسط ماشین(های) برش، پردازش شوند.

مقالات مختلفی به‌منظور دسته‌بندی مسائل برش موجودی در ادبیات موضوع وجود دارند که برای مطالعه و آشنایی بیشتر با این دسته‌بندی‌ها، می‌توان به آن‌ها رجوع نمود [۲۹، ۳۰، ۳۱]. مسئله برش موجودی را می‌توان براساس معیارهای مختلفی دسته‌بندی نمود. رایج‌ترین این معیارها، ابعاد برش است که باتوجه به نوع مسئله برای توصیف الگوهای برش مورد استفاده قرار می‌گیرند. براساس این معیار، مسائل برش موجودی در دسته مسائل تک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی

بررسی را به‌صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته^۱ مدل‌سازی نموده و برای حل آن یک الگوریتم ترکیبی جستجوی ممنوعه-الحاق حریصانه^۲ (TS-GIH) را توسعه داده‌اند. کریمی و همکاران [۲۰] مسأله زمان‌بندی ماشین‌های موازی غیروابسته با درنظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی را به‌منظور حداقل نمودن حداکثر زمان تکمیل و هزینه‌های انرژی مصرفی مورد مطالعه قرار داده‌اند. ایشان برای حل مسأله در ابعاد کوچک از روش محدودیت افسیلون استفاده نموده‌اند و برای حل مسأله در ابعاد متوسط و بزرگ، الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده چندهدفه^۳ و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه^۴ را توسعه داده‌اند. ژوو و گو [۲۱] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی غیروابسته با درنظر گرفتن محدودیت منابع متعدد را به‌منظور حداقل نمودن مجموع زمان‌های تکمیل و مجموع انرژی مصرفی مورد مطالعه قرار داده‌اند و برای حل آن الگوریتم ایمنی مصنوعی چندهدفه^۵ را توسعه داده‌اند. مودوس و همکاران [۲۲] به بررسی مسأله ماشین‌های موازی تخصصی با لحاظ نمودن محدودیت مصرف انرژی پرداخته‌اند. در این مسأله پیک مصرف انرژی در بازه‌های زمانی مشخص نباید از یک مقدار تعیین شده تجاوز کند. محققین، مسأله را در چهار حالت مختلف بررسی نموده و برای حل مسأله در حالت عمومی یک الگوریتم ابتکاری را توسعه داده‌اند. رگو و همکاران [۲۳] مسأله زمان‌بندی ماشین موازی غیروابسته را با لحاظ نمودن سیاست TOU و زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی مورد مطالعه قرار داده‌اند. محققین برای مسأله مورد بررسی یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته دوهدفه را به‌منظور حداقل نمودن حداکثر زمان تکمیل و مجموع انرژی مصرفی ارائه داده‌اند و برای حل آن در ابعاد کوچک و بزرگ به‌ترتیب از روش مجموع وزنی و الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب^۶ (NSGA-II) استفاده نموده‌اند. اسدپور و همکاران [۲۴] مسأله زمان‌بندی ماشین‌های موازی با درنظر گرفتن ویژگی تقسیم کار را به‌منظور حداقل نمودن تعداد کارهای دارای تأخیر و مجموع انرژی مصرفی مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مسأله کارها می‌توانند به کارهای جزئی‌تر تقسیم شوند. محققین برای حل مسأله مذکور در ابعاد کوچک از روش محدودیت افسیلون بهره برده‌اند و برای حل مسأله در ابعاد متوسط و بزرگ، الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده را توسعه داده‌اند.

تقریباً در تمامی مطالعات انجام شده در این زمینه، هر کار شامل یک جزء است و پردازش هر کار پس از واگذاری به ماشین، توسط آن ماشین انجام شده و کار آماده تحویل می‌گردد. این درحالی است که در دنیای واقعی مسائلی وجود دارند که در آن‌ها هر کار شامل چند جزء است و مجموعه این اجزا (کار) پس از پردازش یک یا چند عمل، تکمیل می‌شوند. همچنین انجام هر عمل ممکن است در تکمیل چند

7. Common Operation Scheduling
8. Progressive Network Recovery
9. Cutting Stock Problem
10. Objects
11. Items

1. Mixed Integer Linear Programming
2. Tabu Search-Greedy Insertion Hybrid
3. Multiple Objective Particle Swarm Optimization
4. Multiple Objective Simulated Annealing
5. Multi-Objective Artificial Immune
6. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)

ارائه می‌گردد و برای حل مسائل با ابعاد کوچک از روش محدودیت افسیلون تکامل‌یافته^۴ جهت دستیابی به مجموعه نقاط پارتو بهینه استفاده می‌شود. در ادامه با توجه به NP-hard بودن مسئله، الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب^۵ (NRGA) به منظور حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ توسعه داده می‌شوند و عملکرد آن‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در ادامه ساختار مقاله شامل بخش‌های ذیل است: در بخش ۲ به تعریف مسئله مورد بررسی پرداخته می‌شود و مدل ریاضی مسئله ارائه می‌گردد. در بخش ۳ روش‌های حل ارائه خواهد گردید. در بخش ۴ به بررسی نتایج محاسباتی پرداخته می‌شود. نهایتاً در بخش ۵، نتیجه‌گیری مقاله و برخی از زمینه‌های تحقیقاتی آتی بیان می‌شوند.

۲. بیان مسئله

مسئله زمان‌بندی عملیات مشترک یکی از مسائل زمان‌بندی است که در دنیای واقعی کاربردهای فراوانی دارد. یکی از کاربردهای زمان‌بندی عملیات مشترک در محیط‌های تولیدی، مسئله برش موجودی است که در صنایعی نظیر مبلمان (برش صفحات چوبی)، پوشاک (برش پارچه)، تولید شیشه دو یا چندجداره (برش جام شیشه) و ... مطرح می‌شود. در این پژوهش، زمان‌بندی عملیات مشترک برای مسئله برش موجودی در محیط ماشین‌های موازی یکسان مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در مسئله مورد بررسی، هر کار شامل چندین قطعه کوچک است و مجموع تمام قطعه‌های کارهای مختلف بر روی تعدادی الگوی برش جانمایی شده‌اند تا به کمک این الگوها و از طریق برش قطعات بزرگتر، قطعات کوچک مورد نیاز تولید شوند. لذا هر کار زمانی تکمیل می‌شود که از طریق برش الگوهای مورد نیاز، تمام قطعات کوچک مربوط به آن کار تولید شده باشند. همچنین هر کار دارای یک زمان تحویل از پیش تعیین شده است و چنانچه کار پس از آن زمان تکمیل شود، دیرکرد اتفاق افتاده و تحویل آن به تأخیر می‌افتد. الگوهای برش بهینه توسط نرم‌افزارهای مرتبط با لحاظ نمودن ابعاد قطعات کوچک، از پیش تعیین شده‌اند و هر الگو شامل یک یا چند قطعه است و در تکمیل یک یا چند کار نقش دارد. مصرف انرژی با در نظر گرفتن استراتژی پیمایش سریع مورد بررسی قرار می‌گیرد. براساس این استراتژی، ماشین‌های برش به لحاظ سرعت پردازش دارای چند حالت مختلف هستند به گونه‌ای که هرچه سرعت پردازش بیشتر باشد، زمان پردازش کوتاه‌تر و انرژی مصرفی بیشتر است. در این مسئله نحوه واگذاری الگوهای برش به ماشین‌ها، توالی الگوها بر روی هر ماشین و حالت پردازش هر ماشین برای برش الگوهای واگذار شده به منظور کمینه نمودن هم‌زمان مجموع دیرکردها و مجموع انرژی مصرفی، تعیین می‌شوند. در ادامه این بخش ابتدا مفروضات، پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله معرفی می‌شوند. سپس مدل ریاضی مسئله ارائه می‌گردد و در ادامه با بیان یک مثال عددی کوچک، جزئیات مسئله تشریح می‌شود.

یا بیشتر تقسیم‌بندی می‌شوند که بیشتر در محیط تک‌ماشین و گاهاً در محیط ماشین موازی مورد بررسی قرار می‌گیرند. باتوجه به مرور ادبیات موضوع، بیشتر مسائل برش موجودی بر برش تک‌بعدی و برش دوبعدی که در مسائلی همچون برش کاغذ، کابل، لوله، ورق‌های چوبی و ... کاربرد دارند، متمرکز هستند [۳۱]. در بیشتر مطالعات این حوزه، مسئله علاوه بر طراحی الگوهای برش و انتخاب تعدادی از آن‌ها به منظور تولید اقلام کوچکتر از اشیا (سفارشات مشتری)، هم‌زمان توالی الگوها برای دستیابی به اهداف مرتبط با زمان‌های تکمیل و تحویل سفارشات، هزینه‌های تولید و ... را نیز تعیین می‌کند [۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶]. در تعدادی از مقالات منتشر شده با اشاره به این موضوع که الگوهای بهینه برای تولید اقلام کوچکتر توسط نرم‌افزارهای تجاری با لحاظ نمودن حداقل ضایعات برش طراحی می‌شوند، الگوهای از پیش طراحی شده به عنوان ورودی مسئله لحاظ شده و توالی الگوها به منظور دستیابی به اهداف مرتبط با زمان‌های تکمیل و تحویل سفارشات، تعیین شده‌اند [۲۵، ۳۷].

اریب و همکاران [۳۷] مسئله توالی الگوها که تحت نام زمان‌بندی عملیات مشترک معرفی شده است را با هدف حداقل نمودن تعداد کارهای دارای تأخیر در محیط تک‌ماشین مورد مطالعه قرار داده‌اند. ایشان مسئله را به صورت مسئله مجموعه پایدار^۱ بر روی یک گراف ویژه در نظر گرفته و ساختار گراف را مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مسئله زمان‌های پردازش الگوها بر روی ماشین یکسان و برابر یک واحد در نظر گرفته شده است. اریب و همکاران [۲۵] مسئله زمان‌بندی عملیات مشترک را در محیط تک‌ماشین و ماشین موازی مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مسئله برای محیط تک‌ماشین، زمان‌های پردازش الگوها بر روی ماشین متغیر بوده و در محیط ماشین موازی، زمان‌های پردازش الگوها بر روی هر یک از ماشین‌ها یکسان و برابر یک واحد در نظر گرفته شده است. محققین مسئله را به صورت مسئله پوشش مجموعه‌ها^۲ مدل‌سازی نموده و برای حل آن از الگوریتم شاخه و برش^۳ بهره برده‌اند.

باتوجه به ادبیات موضوع، مسائل زمان‌بندی با در نظر گرفتن هم‌زمان اهداف مرتبط با زمان‌بندی و مصرف انرژی در مطالعات مختلفی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در این مطالعات، انجام هر عمل توسط ماشین تنها در تکمیل یک کار مؤثر است در حالی که در دنیای واقعی مسائلی وجود دارند که چند کار به صورت هم‌زمان برای تکمیل خود به انجام یک عمل مشترک توسط ماشین نیاز دارند. مسئله برش موجودی در صنایعی نظیر مبلمان و پوشاک از این نوع مسائل به شمار می‌رود. در این پژوهش، زمان‌بندی عملیات مشترک برای مسئله برش موجودی در محیط ماشین‌های موازی یکسان با در نظر گرفتن مصرف انرژی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. بدین منظور ابتدا برای مسئله مورد بررسی یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته به منظور کمینه نمودن هم‌زمان مجموع انرژی‌های مصرفی و مجموع زمان‌های دیرکرد

4. Augmented ϵ -constraint Method (AUGMECON)
5. Non-dominated Ranked Genetic Algorithm (NRGA)

1. Stable Set Problem
2. Set Covering Problem
3. Branch and Cut

۱-۲. مفروضات

- الگوهای برش از پیش طراحی و تعیین شده‌اند.
- همه الگوها در زمان صفر در دسترس هستند.
- قطعات بزرگتر به‌منظور تولید قطعات کوچکتر در زمان صفر در دسترس هستند و تعداد آن‌ها برابر با تعداد الگوهای برش است.
- هرماشین در یک زمان حداکثر یک الگو را پردازش می‌کند.
- هر الگو می‌تواند در یک زمان حداکثر توسط یک ماشین پردازش شود.
- زمان پردازش هر الگو بر روی حالات مختلف ماشین‌ها مشخص و قطعی است
- میزان مصرف انرژی ماشین‌ها در حالات مختلف برای پردازش هر الگو مشخص و قطعی است.
- هیچ ارتباط اولویت‌داری بین الگوهای مختلف وجود ندارد.
- توقف^۱ در پردازش الگوها جایز نیست.

۲-۲. نمادگذاری

مجموعه اندیس‌ها:

- I مجموعه کارها $I = \{1, 2, \dots, i\}$ (اندیس i).
 - J مجموعه الگوهای برش $J = \{1, 2, \dots, j\}$ (اندیس j, k).
 - V مجموعه الگوهای برش اجتماع با الگوی برش مجازی صفر $V = \{0, 1, 2, \dots, j\}$ (اندیس k, j).
 - M مجموعه ماشین‌ها $M = \{1, 2, \dots, m\}$ (اندیس m).
 - S مجموعه حالات هر ماشین $S = \{1, 2, \dots, s\}$ (اندیس s).
 - N_i زیرمجموعه‌ای از الگوهای برش که برای انجام کار i باید پردازش شوند.
- اجتماع زیرمجموعه‌های N_i برابر مجموعه الگوهای برش J است.

پارامترها:

- p_{kms} زمان لازم برای پردازش الگوی برش k بر روی ماشین m با حالت s ماشین.
- e_{kms} انرژی لازم برای پردازش الگوی برش k بر روی ماشین m با حالت s ماشین.
- d_i موعد تحویل کار i .
- B عدد بسیار بزرگ.

متغیرهای تصمیم:

- اگر الگوی برش k بلافاصله بعد از الگوی برش j بر روی ماشین m و با حالت s ماشین پردازش شود برابر ۱ و در غیر این‌صورت برابر صفر است.
- x_{mjks} زمان تکمیل الگوی برش j .
- c_j زمان تکمیل الگوی برش j .
- r_i زمان تکمیل کار i .

۳-۲. مدل ریاضی

$$\min Z_1 = \sum_{i \in I} \max(0, r_i - d_i) \tag{۱}$$

$$\min Z_2 = \sum_{m \in M} \sum_{j \in V: j \neq k} \sum_{k \in J} \sum_{s \in S} e_{kms} x_{mjks} \tag{۲}$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in V: j \neq k} \sum_{s \in S} x_{mjks} = 1 \quad \forall k \in J \tag{۳}$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{k \in J: j \neq k} \sum_{s \in S} x_{mjks} \leq 1 \quad \forall j \in J \tag{۴}$$

$$\sum_{k \in J} \sum_{s \in S} x_{m0ks} \leq 1 \quad \forall m \in M \tag{۵}$$

$$\sum_{k \in V: k \neq j} \sum_{s \in S} x_{mjks} - \sum_{h \in V: h \neq j} \sum_{s \in S} x_{mhjs} = 0 \quad \forall j \in J, m \in M \tag{۶}$$

$$c_k - c_j + B(1 - x_{mjks}) \geq p_{kms} \quad \forall j \in V: j \neq k, k \in J, m \in M, s \in S \tag{۷}$$

$$c_0 = 0 \tag{۸}$$

$$r_i = \max_{j \in N_i} c_j \quad \forall i \in I \tag{۹}$$

$$x_{mjks} = \{0, 1\} \quad \forall j \in J, m \in M, k \in J, s \in S \tag{۱۰}$$

$$r_i, c_j \geq 0 \quad \forall j \in V, i \in I \tag{۱۱}$$

اهداف مدل ارائه شده، مینیمم نمودن مجموع دیر کردها و مجموع انرژی مصرفی است که به‌ترتیب توسط روابط (۱) و (۲) نشان داده شده‌اند. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که هر الگو فقط به یک ماشین و با یک حالت سرعت واگذار می‌شود و همچنین قبل از آن فقط یک الگوی دیگر پردازش می‌گردد. محدودیت (۴) بیان می‌کند که بعد از هر الگو، حداکثر یک الگوی دیگر می‌تواند پردازش شود. محدودیت (۵) ایجاب می‌کند در هر ماشین، بعد از الگوی مجازی صفر حداکثر یک الگوی دیگر می‌تواند پردازش شود. محدودیت (۶) به‌ازای هر ماشین ترتیب صحیح برای واگذاری هر الگو را تضمین می‌کند به‌گونه‌ای که اگر الگوی j قبل از الگوی k پردازش شود آنگاه باید الگوی دیگری قبل از الگوی j پردازش گردد. محاسبه زمان تکمیل هر الگو توسط محدودیت (۷) انجام می‌شود. اگر $x_{mjks} = 1$ باشد آنگاه زمان تکمیل الگوی k از حاصل جمع زمان تکمیل الگوی j و زمان پردازش الگوی k با حالت s ماشین به‌دست می‌آید و اگر $x_{mjks} = 0$ باشد آنگاه عدد ثابت B برقراری رابطه را تضمین می‌کند. رابطه (۸) صفر بودن زمان تکمیل الگوی مجازی صفر را نشان می‌دهد. محدودیت (۹) زمان تکمیل هر کار را محاسبه می‌کند. زمان تکمیل کار i برابر با بیشترین زمان تکمیل الگوهای است که دربرگیرنده قطعات کار i می‌باشند. محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) نیز دامنه متغیرهای مربوط به مدل ارائه شده را نشان می‌دهند.

مدل ارائه شده به‌دلیل وجود روابط (۱) و (۹) به‌صورت برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته می‌باشد. به‌منظور خطی نمودن مدل ریاضی، به‌جای رابطه (۱) از رابطه (۱۲) استفاده نموده و روابط (۱۳) و (۱۴) را به‌عنوان محدودیت به مدل اضافه می‌کنیم. در این روابط l_i را به‌عنوان دیرکرد کار i در نظر می‌گیریم. همچنین به‌جای رابطه (۹) از رابطه (۱۵) استفاده می‌کنیم. با این تغییرات مدل ارائه شده به یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته تبدیل می‌شود.

$$\min Z_1 = \sum_{i \in I} l_i \tag{۱۲}$$

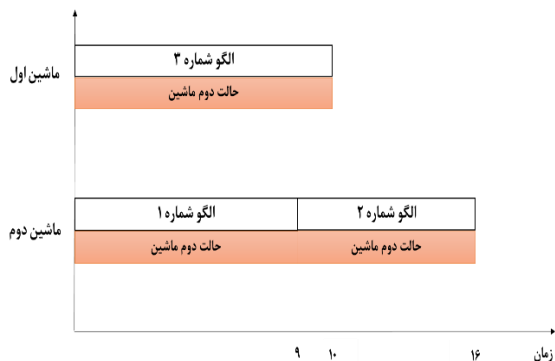
جدول (۱): زمان پردازش و انرژی مورد نیاز برای برش الگوها

الگو			
۳	۲	۱	
۱۵	۹	۱۲	زمان برش
۱۰	۷	۹	انرژی مصرفی
۱۰	۷	۹	زمان برش
۱۸	۱۰	۱۵	انرژی مصرفی

جدول (۲) ماتریس الگو-کار

الگو			
۳	۲	۱	
*	*	*	۱
*		*	۲
	*	*	۳

شکل (۲) یک جواب از مجموعه جواب پارتو برای این مثال را نشان می دهد. در این جواب ماشین اول الگوی شماره ۳ را با حالت دوم خود پردازش می کند و ماشین دوم به ترتیب الگوهای ۱ و ۲ را با حالت دوم خود پردازش می نماید. براساس این راه حل و با در نظر گرفتن زمان تکمیل الگوها، کار یک در زمان ۱۶، کار دو در زمان ۱۰ و کار سه در زمان ۱۶ به اتمام می رسد. بنابراین با در نظر گرفتن زمان تحویل کارها، مجموع دیر کردها در این راه حل ۱۲ واحد زمانی و انرژی مصرفی برابر با ۴۳ واحد است. در جدول (۳) مجموعه جواب پارتو برای این مسئله ارائه شده است. اعداد نشان داده شده در این جدول، ماهیت متضاد اهداف در مسئله مورد بررسی را بیان می کنند به گونه ای که بهبود یکی از توابع هدف منجر به بدتر شدن تابع هدف دیگر می شود.



شکل (۲): یک جواب از مجموعه جواب پارتو برای مثال عددی

جدول (۳): مجموعه جواب پارتو برای مثال عددی

شماره راه حل	مجموع انرژی مصرفی	مجموع دیر کردها
۱	۴۳	۱۲
۲	۳۷	۱۶
۳	۳۵	۱۷
۴	۳۴	۲۰
۵	۳۲	۲۱
۶	۲۹	۲۳
۷	۲۶	۲۷

$$l_i \geq r_i - d_i \quad \forall i \in I \quad (13)$$

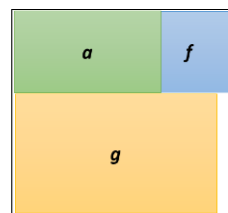
$$l_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$r_i \geq c_j \quad \forall i, j \in N_i \quad (15)$$

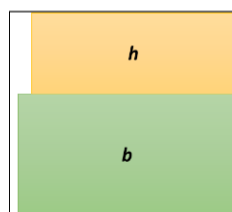
بر اساس نماد سازی سه گانه ارائه شده توسط گراهام و همکاران [۳۸]، مسأله مورد بررسی در این مقاله به صورت $\sum T_i$ ، ماشین های موازی یکسان، $PM|cos|TEC$ نشان دهنده و TEC و $\sum T_i$ نیز به ترتیب نشان دهنده مجموع انرژی مصرفی و مجموع دیر کردها می باشند. در این مسأله اگر ماشین ها به لحاظ سرعت پردازش تنها دارای یک حالت باشند و تابع هدف مجموع انرژی مصرفی در نظر گرفته نشود و همچنین هر الگو تنها در تکمیل یک کار مؤثر باشد و تکمیل هر کار نیز فقط به پردازش یک الگو نیاز داشته باشد، آنگاه مسأله به مسأله ماشین های موازی یکسان به منظور کمینه نمودن مجموع دیر کردها تبدیل شده و به صورت $PM||\sum T_i$ نمایش داده می شود. بر اساس مطالعات انجام شده، مسأله $PM||\sum T_i$ NP-hard است [۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲]. لذا می توان نتیجه گرفت که مسأله ارائه شده در این مقاله نیز حداقل NP-hard می باشد.

۲-۴. مثال عددی

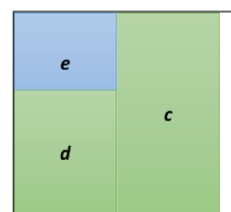
به منظور تشریح بیشتر مسأله بیان شده، یک مثال عددی کوچک با ۳ کار و دو ماشین یکسان را در نظر بگیرد. در این مثال کار یک شامل قطعات a, b, c, d ، کار دو شامل قطعات e, f و کار سه شامل قطعه g, h می باشد و هر ماشین دارای دو حالت پردازش با سرعت های متفاوت است. قطعه های کوچک بر روی ۳ الگو برش مطابق با شکل (۱) جانمایی شده اند و زمان پردازش و انرژی مورد نیاز برای برش الگوها در حالات مختلف هر ماشین در جدول (۱) ذکر شده است. جدول (۲) ماتریس الگو-کار را نشان می دهد که بر اساس جانمایی قطعات کوچک هر کار بر روی الگوهای برش، تشکیل شده است. این ماتریس، الگوهای مرتبط به هر کار را تعیین می کند. فرض بر این است که زمان تحویل هر سه کار یکسان و برابر با ۱۰ واحد زمانی است و تمامی الگوها در لحظه صفر در دسترس هستند.



الگو شماره ۱



الگو شماره ۲

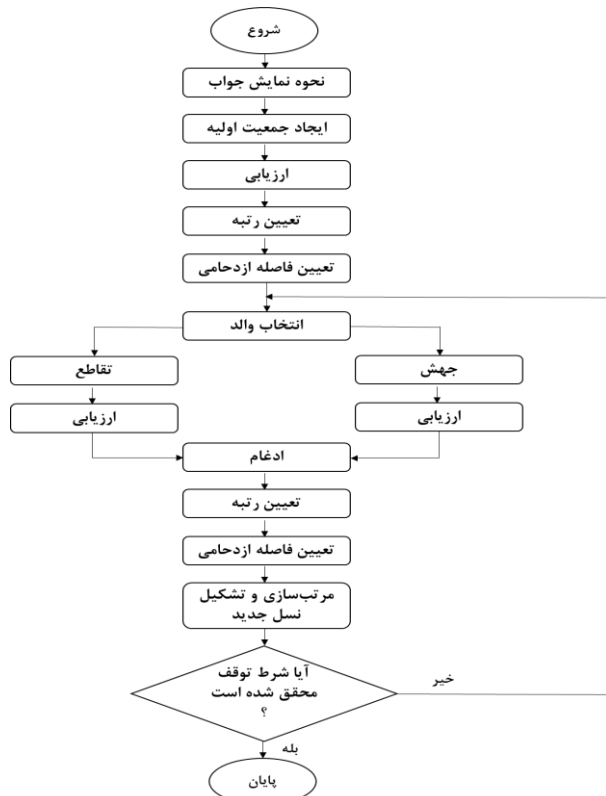


الگو شماره ۳

شکل (۱): الگوهای برش

۳. روش حل

{ $n + 1, n + 2, \dots, n + m - 1$ } جداکننده الگوهای برش واگذار شده به ماشین‌ها می‌باشند و ترتیب الگوهای تخصیص یافته به هرماشین نیز توالی آن‌ها را برای برش نشان می‌دهد.



شکل (۳): فلوچارت الگوریتم NSGA-II

سطر دوم ماتریس، حالت ماشین برای پردازش هر یک از الگوهای برش تخصیص یافته به خود را نشان می‌دهد. به عنوان مثال، مسأله‌ای با ۳ ماشین و ۸ الگوی برش را در نظر بگیرید به گونه‌ای که هرماشین می‌تواند پردازش الگوهای تخصیص یافته به خود را با یکی از ۲ حالت کند و سریع انجام دهد. مطابق با نحوه نمایش تعریف شده، شکل (۴) یک راه‌حل برای مسأله مذکور می‌باشد. در این راه‌حل، ماشین اول ابتدا الگوی شماره ۳ را با حالت ۲ برش می‌زند. سپس به ترتیب پردازش الگوی شماره ۵ و ۶ را با حالت ۱ به اتمام می‌رساند. الگوی شماره ۱ و ۴ توسط ماشین دوم به ترتیب با حالت ۱ و ۲ پردازش می‌شوند. ماشین سوم نیز ابتدا الگوی شماره ۲ را با حالت ۱ پردازش می‌کند. سپس به ترتیب الگوی شماره ۸ و ۷ را با حالت ۲ برش می‌زند. باتوجه به توضیحات فوق، در الگوریتم توسعه داده شده، تمامی راه‌حل‌های تولید شده موجه می‌باشند.

جمعیت اولیه

جمعیت اولیه شامل تعداد مشخصی عضو است که هر یک از آن‌ها، یک راه‌حل از فضای جواب مسأله را نشان می‌دهد. در این مقاله، برای الگوریتم NSGA-II ارائه شده، اعضای جمعیت اولیه ($nPop$) به صورت تصادفی و مطابق با ساختار ارائه شده در بخش قبل تولید

در مسائل بهینه‌سازی دوهدفه، دو تابع هدف اغلب باهم در تعارض هستند و رویکردی برای بهینه نمودن هم‌زمان هر دو تابع هدف وجود ندارد. لذا در حل این مسائل، تمرکز اصلی بر یافتن مجموعه جواب پارتو بهینه است و تبادل بین اهداف مدنظر قرار می‌گیرد. در این مقاله برای حل مسأله مورد بررسی در ابعاد کوچک از روش محدودیت اسپیلون تکامل یافته (AUGMECON) برای دستیابی به مجموعه جواب پارتو بهینه بهره گرفته می‌شود و باتوجه به NP-hard بودن مسأله، برای حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ و دستیابی به جبهه پارتو نزدیک به بهینه، الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب (NRGA) و الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) توسعه داده می‌شوند.

۳-۱. روش محدودیت اسپیلون تکامل یافته

روش محدودیت اسپیلون کاربرد گسترده‌ای در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه دارد. ایده اصلی این روش، تمرکز بر یکی از اهداف و محدود نمودن سایر اهداف باقی‌مانده است. ماوروتاس [۴۳] نسخه تکامل یافته روش محدودیت اسپیلون را ارائه نموده است. در مقایسه با نسخه اولیه، این نسخه راه‌حل‌هایی با کارایی بیشتر ایجاد می‌کند و از تولید جواب‌های نامناسب جلوگیری می‌نماید. در این مقاله برای حل مسائل با ابعاد کوچک از روش محدودیت اسپیلون تکامل یافته استفاده می‌شود.

۳-۲. الگوریتم NSGA-II

الگوریتم NSGA-II [۴۴] یک الگوریتم تکاملی شناخته شده است و کاربرد گسترده‌ای در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه دارد [۴۵، ۴۶]. این الگوریتم با بهره‌گیری از مکانیسم نخبه‌گرایی از طریق مرتب نمودن جواب‌های نامغلوب و همچنین حفظ تنوع با در نظر گرفتن فاصله ازدحام جواب‌ها، می‌تواند مجموعه جواب پارتو مناسبی را برای حل مسائل چندهدفه ارائه دهد. شکل (۳) فلوچارت الگوریتم NSGA-II را نشان می‌دهد. در ادامه اجزای الگوریتم NSGA-II پیشنهادی در ارتباط با مسأله مورد بررسی شرح داده می‌شوند.

نمایش راه‌حل^۱

تعیین نحوه نمایش راه‌حل، یکی از مهمترین بخش‌های طراحی هر الگوریتم فراابتکاری است. به عبارت دیگر برای ایجاد ارتباط منطقی بین فضای اصلی مسأله و فضای جستجو توسط الگوریتم حل، باید خصوصیات راه‌حل توسط رشته‌ای از نمادها نشان داده شود. در نحوه نمایش در نظر گرفته شده برای مسأله مورد بررسی در این پژوهش، باید اطلاعات لازم در ارتباط با الگوهای برش واگذار شده به ماشین‌ها، توالی الگوهای برش بر روی هر ماشین و حالت هرماشین برای برش هر الگو استخراج شود. بنابراین هر راه‌حل از مسأله مورد بررسی به وسیله یک ماتریس دوسطری که طول هر سطر آن $n+m-1$ است، نمایش داده می‌شود (n تعداد الگو و m تعداد ماشین). سطر اول ماتریس شامل جایگشتی از اعداد ۱ الی $n+m-1$ است به گونه‌ای مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ نشان‌دهنده شماره الگوهای برش و مجموعه اعداد

می شوند.

$$CD_i = \sum_{m=1}^2 \frac{f_m^{i+1} - f_m^{i-1}}{f_m^{max} - f_m^{min}} \quad (۱۶)$$

انتخاب والد

در این مقاله، انتخاب والد در الگوریتم NSGA-II ارائه شده با استفاده از روش مسابقه دودویی^۱ انجام می‌شود. در این روش، دو عضو به تصادف از میان اعضای جمعیت هرنسل انتخاب شده و باهم مقایسه می‌شوند. در این مقایسه، عضوی که دارای رتبه کمتر باشد انتخاب خواهد شد اما اگر هر دو عضو دارای رتبه برابر باشند آنگاه معیار فاصله ازدحام مدنظر قرار می‌گیرد و عضوی که فاصله ازدحامی بیشتری داشته باشد به‌عنوان والد انتخاب می‌گردد.

تقاطع^۲

عملگر تقاطع بر روی دو راه‌حل انتخاب شده از جمعیت (والد) صورت می‌گیرد و اطلاعات این دو والد را به‌منظور تولید دو فرزند جدید ترکیب می‌نماید. در الگوریتم NSGA-II ارائه شده از عملگر تقاطع دونقطه‌ای^۳ استفاده می‌شود. نحوه عملکرد این عملگر بدین‌صورت است که ابتدا دو عدد تصادفی در بازه [۱-طول راه‌حل، ۱] تولید شده و سپس هر والد از دو نقطه مزبور برش داده می‌شود. بخش دوم والد اول به فرزند دوم و بخش دوم والد دوم به فرزند اول انتقال داده می‌شود. در ادامه، بخش اول و سوم والد اول و والد دوم به ترتیب به فرزند اول و دوم انتقال داده می‌شوند. در نهایت ممکن است در سطر اول هر یک از فرزندان تولید شده، جایگشت اعداد برقرار نباشد. لذا با استفاده از رویکرد تقاطع نگاشت جزئی^۴ (PMX) اصلاحات لازم انجام می‌گیرد تا جایگشت اعداد در سطر اول فرزندان تولید شده، برقرار گردد. شکل (۵) نحوه عملکرد تقاطع دونقطه‌ای بیان شده را نشان می‌دهد.

جهش^۵

این عملگر با ایجاد تغییرات جزئی بر روی ساختار یک راه‌حل (والد)، منجر به تولید یک فرزند جدید می‌شود. در الگوریتم NSGA-II ارائه شده از عملگر جهش تعویض^۶ استفاده می‌شود. نحوه عملکرد این عملگر بدین‌صورت است که ابتدا دو ستون از والد به‌صورت تصادفی انتخاب شده و سپس با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند. شکل (۶) نحوه عملکرد عملگر جهش را نشان می‌دهد.

تشکیل نسل جدید

فرزندان به‌دست آمده از عملگرهای جهش و تقاطع به جمعیت اصلی (nPop) اضافه شده و جمعیت بزرگتری به نام R_t را ایجاد می‌کنند. در ادامه رتبه و فاصله ازدحامی برای تک‌تک اعضای جمعیت R_t تعیین شده و براساس آن‌ها، جمعیت R_t مرتب می‌گردد. نحوه مرتب‌سازی بدین‌صورت است که ابتدا اعضا براساس رتبه و به‌صورت صعودی مرتب می‌شوند به‌گونه‌ای که جواب‌ها با رتبه پایین‌تر در ابتدای لیست قرار می‌گیرند. سپس در میان اعضای رتبه برابر هستند، مرتب‌سازی دیگری براساس فاصله ازدحامی و به‌صورت نزولی انجام می‌شود به‌گونه‌ای که هر چه فاصله ازدحامی یک جواب بیشتر باشد، آن

توالی الگوها بر روی ماشین اول			توالی الگوها بر روی ماشین دوم			توالی الگوها بر روی ماشین سوم		
۳	۵	۶	۹	۱	۴	۱۰	۲	۸
۲	۱	۱	-	۱	۲	-	۱	۲
حالت پردازش ماشین اول برای برش الگوهای واگذار شده			حالت پردازش ماشین دوم برای برش الگوهای واگذار شده			حالت پردازش ماشین سوم برای برش الگوهای واگذار شده		

شکل (۴): نحوه نمایش جواب

ارزیابی راه‌حل

بامحاسبه مقدار توابع هدف براساس روابط (۱) و (۲) برای هر راه‌حل، کیفیت و برازندگی آن راه‌حل تعیین می‌شود.

مرتب نمودن راه‌حل‌ها

پس از محاسبه مقدار توابع هدف برای تمامی اعضای جمعیت (راه‌حل‌ها)، مرتب نمودن اعضا انجام می‌شود. این فرآیند ابتدا با انجام مقایسات زوجی و محاسبه تعداد دفعات مغلوب شدن هر راه‌حل شروع می‌شود تا جبهه‌های پارتو تشکیل شده و رتبه هر راه‌حل مشخص گردد. سپس اعضای قرار گرفته شده در هر جبهه پارتو براساس معیار فاصله ازدحامی مرتب می‌گردند. در ادامه جزئیات این مراحل شرح داده می‌شود.

تعیین رتبه: به‌منظور تشکیل جبهه‌های پارتو، مقایسات زوجی بین تمامی راه‌حل‌های موجود در جمعیت انجام می‌شود تا تعداد دفعات مغلوب شدن هر راه‌حل مشخص گردد. سپس با توجه به تعداد دفعات مغلوب شدن، راه‌حل‌ها دسته‌بندی شده و جبهه‌های پارتو تشکیل می‌گردند به‌گونه‌ای که راه‌حل‌های قرار گرفته شده در جبهه اول توسط هیچ‌یک از اعضای جمعیت مغلوب نشده‌اند و رتبه یک را به خود اختصاص می‌دهند. همچنین راه‌حل‌های جبهه دوم تنها توسط اعضای جبهه اول مغلوب می‌شوند. این روند برای سایر جبهه‌های تشکیل شده نیز برقرار است. لازم به ذکر است که براساس این دسته‌بندی، هر چه شماره رتبه کمتر باشد، راه‌حل‌های قرار گرفته شده در آن از مطلوبیت بیشتری برخوردار هستند. با این توضیحات می‌توان گفت که راه‌حل‌های موجود در رتبه اول، مجموعه جواب پارتو مسأله را تشکیل می‌دهند.

محاسبه فاصله ازدحامی: پس از تعیین رتبه، اعضای داخل هر رتبه براساس فاصله ازدحامی مرتب می‌شوند. درون هر رتبه، راه‌حلی که فاصله ازدحامی بیشتری دارد در جایگاه بالاتری قرار می‌گیرد. برای محاسبه فاصله ازدحامی هر راه‌حل از رابطه (۱۶) استفاده می‌شود. در این رابطه برای تعیین فاصله ازدحامی راه‌حل *n*، ابتدا به‌ازای هر تابع هدف، متوسط فاصله از دو جواب مجاور (درون یک رتبه) محاسبه شده و سپس مقادیر به‌دست آمده با هم جمع می‌شوند.

4. Partially Mapped Crossover (PMX)
5. Mutation
6. Swap

1. Binary Tournament
2. Crossover
3. Double-point crossover

که با استفاده از رتبه‌بندی نامغلوب در حل مسائل چندهدفه کاربرد دارد [۴۷، ۴۸]. این الگوریتم اولین بار توسط الجدان و همکاران [۴۹] معرفی شده است. ساختار این الگوریتم شباهت زیادی به الگوریتم NSGA-II دارد و تنها تفاوت آن در فرآیند انتخاب والد می‌باشد. در الگوریتم NRGA، انتخاب والد با استفاده از مکانیسم چرخ رولت صورت می‌گیرد. در این مقاله برای انتخاب والد در الگوریتم NRGA ارائه شده، ابتدا به هر جبهه پارتو (رتبه) یک مقدار احتمال براساس رابطه (۱۷) تخصیص داده می‌شود. در این رابطه، مجموعه‌ای که رتبه پایین‌تری دارد، احتمال انتخاب بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد. در ادامه به هر یک از اعضای جبهه انتخاب شده، یک مقدار احتمال براساس رابطه (۱۸) تخصیص داده می‌شود. براساس این رابطه، عضوی که فاصله ازدحام بیشتری نسبت به سایر اعضای هم‌رتبه خود دارد، احتمال بیشتری برای انتخاب شدن به‌عنوان والد را به خود اختصاص می‌دهد [۵۰، ۵۱].

$$p_k = \frac{1}{\text{Rank}_k} \quad (17)$$

$$p_i = \frac{CD_i}{\sum_i CD_i} \quad (18)$$

نحوه نمایش جواب، عملگر تقاطع و جهش و معیار توقف برای الگوریتم NRGA ارائه شده مشابه با الگوریتم NSGA-II در نظر گرفته می‌شود.

۴. نتایج محاسباتی

در این بخش از مقاله به بررسی عملکرد الگوریتم‌های ارائه شده پرداخته می‌شود. بدین منظور ابتدا معیارهای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌ها معرفی می‌شوند. سپس مقادیر مناسب برای پارامترهای هر الگوریتم تعیین می‌گردند. در ادامه، عملکرد الگوریتم‌های NSGA-II و NRGA در حل مسائل نمونه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۱. معیارهای ارزیابی الگوریتم‌ها

مجموعه جواب پارتو، خروجی حل مسائل چندهدفه است که باید با توجه به آن در خصوص عملکرد و کارایی الگوریتم‌های حل، اظهار نظر نمود. شاخص‌های ارزیابی در نظر گرفته شده در این مقاله به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم‌های ارائه شده و مقایسه آن‌ها به شرح زیر می‌باشد.

زمان محاسبات (T): براساس این شاخص، الگوریتمی که زمان محاسبات کمتری داشته باشد، مناسب‌تر است.

تعداد جواب‌ها در مجموعه پارتو (NPS): این معیار بیان‌کننده تعداد جواب‌های نامغلوب در مجموعه پارتو به‌دست آمده برای هر مسئله می‌باشد. بر مبنای این معیار، هرچه تعداد این نقاط بیشتر باشد، الگوریتم کارایی بیشتری دارد.

فاصله‌گذاری (S): یکنواخت قرارگرفتن جواب‌های مجموعه پارتو در کنار هم توسط این شاخص نشان داده می‌شود. برای محاسبه این شاخص از رابطه (۱۹) استفاده می‌شود. در این رابطه، $|N|$ بیانگر اندازه

جواب درمیان اعضای هم‌رتبه خود جایگاه بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد. در نهایت برای تشکیل نسل جدید از استراتژی نخبه‌گرا استفاده شده و برابر با اندازه جمعیت اولیه ($nPop$)، اعضای با جایگاه بالاتر در جمعیت R_t انتخاب می‌شوند.

تعیین نقاط برش:

والد اول	۳	۵	۶	۹	۱	۴	۱۰	۲	۸	۷
	۲	۱	۱	-	۱	۲	-	۱	۲	۲
والد دوم	۳	۵	۹	۱۰	۸	۶	۴	۲	۷	۱
	۱	۱	-	-	۲	۲	۱	۲	۲	۱

ترکیب خصوصیات والد‌ها:

	۳	۵	۶	۱۰	۸	۶	۴	۲	۸	۷
	۲	۱	۱	-	۲	۲	۱	۱	۲	۲
	۳	۵	۹	۹	۱	۴	۱۰	۲	۷	۱
	۱	۱	-	-	۱	۲	-	۲	۲	۱

ایجاد فرزندان:

فرزند اول	۳	۵	۹	۱۰	۸	۶	۴	۲	۱	۷
	۲	۱	-	-	۲	۲	۱	۱	۱	۲
فرزند دوم	۳	۵	۶	۹	۱	۴	۱۰	۲	۷	۸
	۱	۱	۲	-	۱	۲	-	۲	۲	۲

شکل (۵): نحوه عملکرد تقاطع دو نقطه‌ای

والد	۳	۵	۶	۹	۱	۴	۱۰	۲	۸	۷
	۲	۱	۱	-	۱	۲	-	۱	۲	۲
فرزند	۳	۵	۲	۹	۱	۴	۱۰	۶	۸	۷
	۲	۱	۱	-	۱	۲	-	۱	۲	۲

شکل (۶): نحوه عملکرد عملگر جهش

معیار توقف

الگوریتم‌های فراابتکاری هیچ شناختی نسبت به درجه بهینه بودن راه‌حل‌ها و به‌طور کلی نقطه بهینه سراسری ندارند. لذا تعیین معیاری برای توقف آن‌ها ضروری به‌نظر می‌رسد. در این مقاله، الگوریتم NSGA-II ارائه شده زمانی متوقف می‌شود که یکی از حالات زیر برقرار شود:

✓ رسیدن به تعداد تکرار مشخصی از نسل بدون بهبود در میانگین مقادیر توابع هدف مجموعه جواب‌های نامغلوب جبهه اول.

✓ رسیدن به تعداد تکرار مشخصی از نسل.

با برقرار شدن هر یک از حالات فوق، الگوریتم خاتمه یافته و تمامی جواب‌های موجود در مرز پارتوی نامغلوب اول به‌عنوان پاسخ نهایی ارائه می‌شوند.

۳-۳. الگوریتم NRGA

الگوریتم NRGA یکی دیگر از الگوریتم‌های ژنتیک چندهدفه است

الگوریتم‌ها می‌باشد را ارائه می‌کنند [۵۲]. برای استفاده از روش تاگوچی ابتدا پارامترهای مؤثر و سطوح آن‌ها را با در نظر گرفتن نتایج مطالعات گذشته و آزمایش‌های اولیه برای هر الگوریتم تعیین می‌کنیم. جدول (۴)، سطوح در نظر گرفته شده برای پارامترهای الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA را نشان می‌دهد.

جدول (۴): سطوح پارامترهای الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA

پارامتر	نماد	سطح		
		سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
تعداد نسل	A	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰
نرخ هم‌گذری	B	۰/۵	۰/۶	۰/۷
نرخ جهش	C	۰/۴	۰/۵	۰/۶

باتوجه به تعداد پارامترها و سطوح تعیین شده، ارائه متعادل مناسب برای هر دو الگوریتم، و L است که شامل ۹ آزمایش می‌باشد. در ادامه برای هر الگوریتم، تمام آزمایش‌ها با لحاظ نمودن ترکیب مختلف سطوح پارامترها اجرا می‌شود و نتایج به‌دست آمده برای معیارهای ارزیابی ثبت می‌گردند. لازم به ذکر است که هر آزمایش ۶ بار تکرار شده و میانگین نتایج در نظر گرفته شده است. از آنجایی که روش تاگوچی برای هر آزمایش تنها یک مقدار را به‌عنوان پاسخ می‌پذیرد، لذا نتایج به‌دست آمده برای معیارهای ارزیابی را با استفاده از روش درصد انحراف نسبی^۳ (RPD) بی‌مقیاس نموده و سپس برای هر آزمایش، میانگین وزنی معیارهای ارزیابی بی‌مقیاس شده مرتبط را با استفاده از رابطه (۲۵) محاسبه نموده و به‌عنوان نتیجه آن آزمایش در نظر می‌گیریم [۵۳].

$$(25) \quad \text{میانگین وزنی} = \frac{T + NPS + S + 2MID + 2Q + D}{8}$$

شکل (۷) و (۸) نتایج به‌دست آمده از اجرای روش تاگوچی را به‌ترتیب برای الگوریتم NSGA-II و NPGA نشان می‌دهد. براساس این نتایج، تعداد نسل، نرخ عملگر هم‌گذری و نرخ جهش برای الگوریتم NSGA-II به‌ترتیب (۲۵۰)، (۰/۷) و (۰/۵) و برای الگوریتم NPGA به‌ترتیب (۲۵۰)، (۰/۶) و (۰/۴) در نظر گرفته می‌شوند. لازم به ذکر است که باتوجه به نتایج آزمایش‌های اولیه و بررسی نمودارهای تکامل، اندازه جمعیت و تعداد تکرار بدون بهبود در میانگین مقادیر توابع هدف برای مجموعه جواب‌های نامغلوب جبهه اول برای هر دو الگوریتم به‌ترتیب (۱۵n) و (۱۰) در نظر گرفته می‌شوند که n برابر با تعداد الگوهای برش است.

۳-۴. تولید مسائل نمونه

باتوجه به عدم وجود داده‌های استاندارد، به‌منظور بررسی کارایی الگوریتم‌های حل ارائه شده، مسائل نمونه به‌صورت تصادفی تولید می‌شوند. ابعاد هر مسئله نمونه به‌وسیله تعداد کارها، تعداد الگوهای برش، تعداد ماشین‌ها و تعداد حالات پردازش ماشین مشخص می‌شود. در این مقاله، مسائل نمونه با در نظر گرفتن اطلاعات زیر تولید می‌شوند:

مجموعه جواب پارتو و M تعداد اهداف را نشان می‌دهد. مقادیر d_i و \bar{d} نیز به‌ترتیب از طریق روابط (۲۰) و (۲۱) به‌دست می‌آیند. برای یک الگوریتم، هرچه مقدار S کمتر باشد، آن الگوریتم مطلوب‌تر است.

$$(19) \quad S = \sqrt{\frac{1}{|N|} \sum_{i=1}^{|N|} (d_i - \bar{d})^2}$$

$$(20) \quad d_i = \min_{k \in N, k \neq i} \sum_{m=1}^M |f_m^i - f_m^k|$$

$$(21) \quad \bar{d} = \sum_{i=1}^{|N|} \frac{d_i}{|N|}$$

فاصله از نقطه ایده‌آل (MID): این شاخص، میانگین فاصله اقلیدسی مجموعه نقاط پارتو به‌دست آمده توسط الگوریتم را از جواب ایده‌آل محاسبه می‌کند. در این مقاله، بهترین مقدار ممکن برای هر یک از توابع هدف که توسط الگوریتم‌های مختلف به‌دست آمده است به‌عنوان جواب ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبه MID از رابطه (۲۲) استفاده می‌گردد. در این رابطه $|N|$ اندازه مجموعه جواب پارتو است و C_i فاصله اقلیدسی هر عضو از مجموعه پارتو از نقاط ایده‌آل را نشان می‌دهد که از طریق رابطه (۲۳) محاسبه می‌گردد. الگوریتمی که شاخص MID کمتری داشته باشد، عملکرد بهتری دارد.

$$(22) \quad MID = \frac{1}{|N|} \sum_{i=1}^{|N|} C_i$$

$$(23) \quad C_i = \sqrt{(f_{1i} - f_{1i}^*)^2 + \dots + (f_{mi} - f_{mi}^*)^2}$$

کیفیت (Q): در این شاخص، ابتدا مجموعه جواب‌های نامغلوب به‌دست آمده از الگوریتم‌های مختلف برای حل یک مسأله مشخص را در یک آرشینو قرار داده و پس از انجام مقایسات زوجی، یک مجموعه جواب نامغلوب جدید را تشکیل می‌دهیم. سپس درصد جواب‌های نامغلوب متعلق به هر الگوریتم در مجموعه جواب نامغلوب جدید محاسبه شده و به‌عنوان کیفیت آن الگوریتم در نظر گرفته می‌شود. الگوریتمی که شاخص کیفیت آن بزرگتر باشد، مطلوبیت بیشتری دارد.

بیشترین گسترش (D): این معیار، تنوع و گسترش جواب‌ها در جبهه پارتو را ارزیابی می‌کند. برای محاسبه شاخص D از رابطه (۲۴) استفاده می‌شود. الگوریتم با شاخص D بالاتر، عملکرد بهتری دارد.

$$(24) \quad D = \sqrt{\sum_{m=1}^M (\max_i f_m^i - \min_i f_m^i)^2}$$

۲-۴. تنظیم پارامترهای الگوریتم‌ها

الگوریتم‌های فراابتکاری، پارامترهایی دارند که تخصیص مقادیر مناسب به آن‌ها می‌تواند در بهبود نتایج به‌دست آمده تأثیر زیادی داشته باشد. در این پژوهش، پارامترهای الگوریتم‌های توسعه داده شده با استفاده از روش تاگوچی^۱ تنظیم می‌شوند. در روش تاگوچی از ارائه‌های متعادل^۲ استفاده می‌شود به‌گونه‌ای که این ارائه‌های استاندارد تعداد اندکی آزمایش که حاوی اطلاعات کامل تمامی عوامل مؤثر بر عملکرد

3. Relative Percentage Deviation (RPD)

1. Taguchi Method
2. Orthogonal Arrays

برای تعیین N_i به صورت تصادفی انجام می‌گیرد. فرض بر این است که هر الگوی برش حداقل در تکمیل یک کار مؤثر باشد و هر کار حداقل به یک الگوی برش نیاز داشته باشد.

برای هر کار، با در نظر گرفتن زمان پردازش الگوهای مرتبط به آن کار در سریع‌ترین حالت پردازش ماشین‌ها، زودترین زمان تکمیل ممکن تعیین می‌شود. اگر این مقدار محاسبه شده را به عنوان پارامتر A در نظر بگیریم آنگاه برای تعیین زمان تحویل هر کار، عددی به تصادف از توزیع یکنواخت در بازه $[A \cdot 0.30, A \cdot 1.20]$ تولید می‌شود [۵۵].

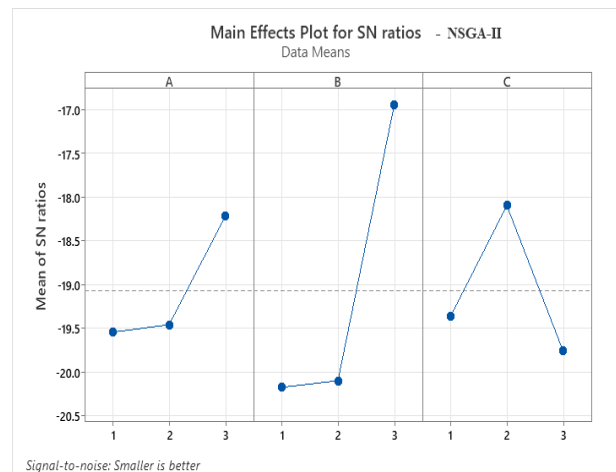
۴-۴. آزمایش‌های محاسباتی

در این بخش به منظور مقایسه روش‌های حل ارائه شده، ابتدا ۵ مثال عددی در اندازه کوچک و ۱۰ مثال عددی در اندازه‌های متوسط و بزرگ با استفاده از اطلاعات ارائه شده در بخش قبل به صورت تصادفی تولید می‌شوند. سپس نتایج به دست آمده از حل مثال‌های نمونه توسط روش‌های حل مختلف مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در این مقاله، حل مسائل نمونه توسط یک کامپیوتر شخصی با پردازشگر مرکزی چهار هسته‌ای ۲/۳ گیگا هرتز و حافظه اصلی ۴ گیگا بایت انجام می‌گیرد. لازم به ذکر است که برای به کارگیری روش محدودیت پس‌یون تکامل‌یافته برای حل دقیق مسائل نمونه از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است و الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA ارائه شده در زبان برنامه‌نویسی C# کد شده‌اند.

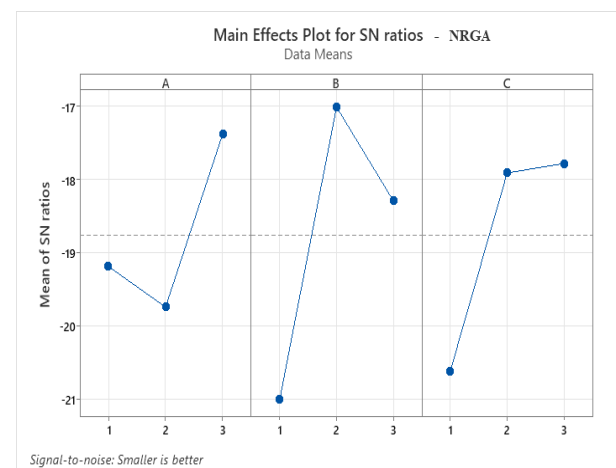
در جدول (۵)، نتایج به دست آمده از حل مسائل با ابعاد کوچک توسط سه روش AUGMECON، NSGA-II و NPGA برای شاخص‌های ارزیابی، ارائه شده است. مطابق با نتایج به دست آمده، روش AUGMECON توانسته است برای تمامی مسائل با ابعاد کوچک، مجموعه جواب پارتو بهینه را به دست آورد. الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA نیز با یک‌بار اجرا توانسته‌اند مجموعه جواب پارتو بهینه را برای دو مسئله اول به دست آورند. در سه مسئله بعدی الگوریتم NSGA-II به لحاظ شاخص Q عملکرد بهتری دارد و در ارتباط با سایر شاخص‌ها، نتایج به دست آمده از هر دو الگوریتم نزدیک به هم است. به عنوان مثال، شکل (۹) جبهه‌های پارتو به دست آمده از هر سه روش حل را برای مسئله شماره (۴) نشان می‌دهد.

بر اساس نتایج به دست آمده، با افزایش ابعاد مسئله، زمان لازم برای حل دقیق مسئله نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال در مسئله شماره (۵)، زمان حل توسط روش محدودیت پس‌یون تکامل‌یافته ۳۷۴۱۳ ثانیه است. بنابراین برای حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ، از الگوریتم‌های NSGA-II و NPGA استفاده می‌شود و نتایج به دست آمده از آن‌ها با هم مقایسه می‌گردند. برای هر مسئله، هر یک از دو الگوریتم، ۶ بار اجرا می‌شوند و میانگین مقادیر به دست آمده برای شاخص‌های ارزیابی، ارائه می‌گردند. مجموعه جواب پارتو به دست آمده از هر دو الگوریتم با هم ادغام شده و از جواب‌های نامغلوب باقی‌مانده برای محاسبه شاخص Q استفاده می‌شود. نتایج به دست آمده از حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ توسط دو روش NSGA-II و NPGA

برای تعیین زمان پردازش الگوی برش توسط ماشین، عددی به تصادف از توزیع یکنواخت در بازه $[1, 99]$ تولید می‌شود [۵۴].



شکل (۷): نتایج حاصل از تحلیل تاگوچی-الگوریتم NSGA-II



شکل (۸): نتایج حاصل از تحلیل تاگوچی-الگوریتم NPGA

برای تعیین انرژی مورد نیاز ماشین به منظور پردازش الگوی برش، عددی به تصادف از توزیع یکنواخت در بازه $[1, 600]$ تولید می‌شود [۵۴]. فرض بر این است که هرچه زمان برش الگو توسط ماشین طولانی‌تر باشد، انرژی مصرفی ماشین کمتر است. از سوی دیگر فرض بر این است که با افزایش شماره حالت ماشین، سرعت پردازش ماشین افزایش می‌یابد. لذا برای هر الگوی برش، برابر با تعداد حالات پردازش ماشین، زمان پردازش الگو و انرژی مورد نیاز ماشین به صورت تصادفی در بازه‌های مذکور تولید می‌شود. سپس زمان‌های پردازش به صورت نزولی و انرژی مصرفی به صورت صعودی مرتب می‌گردند. در نهایت کمترین میزان انرژی مصرفی به همراه طولانی‌ترین زمان پردازش به حالت اول ماشین اختصاص داده می‌شوند و این روند تا آخرین حالت ماشین ادامه می‌یابد به گونه‌ای که حالت آخر ماشین دارای بیشترین میزان مصرف انرژی و کمترین زمان پردازش می‌باشد.

پردازش یک یا چند الگوی برش منجر به تکمیل یک کار می‌شود. تشکیل ماتریس ارتباط بین الگوهای برش و کارها (ماتریس الگو-کار)

II در شاخص های S, Q و MID عملکرد بهتری در مقایسه با الگوریتم NRGGA دارد و بدین معنی است که این الگوریتم می تواند جواب های نامغلوب با همگرایی بهتری را به دست آورد. از سوی دیگر، الگوریتم NRGGA در زمانی کمتر، جواب های نامغلوب بیشتر و با تنوع بهتری را ارائه می دهد.

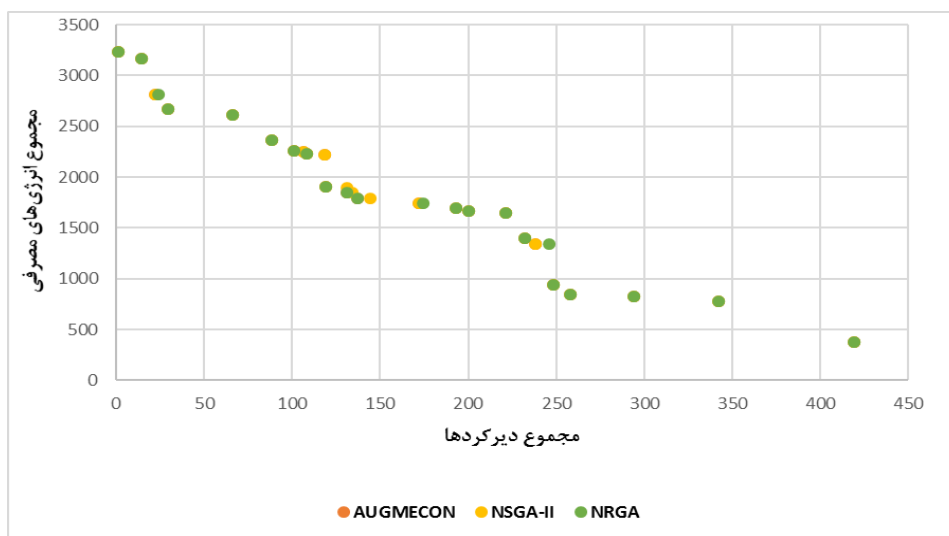
در جدول (۶) ارائه شده است. شکل (۱۰) نیز جبهه های پارتو به دست آمده از هر دو روش حل را برای مسأله شماره (۱۴) نشان می دهد. با استفاده از اطلاعات جدول (۶) و برای مقایسه عملکرد دو الگوریتم NSGA-II و NRGGA در هر یک از شاخص های ارزیابی، از آزمون ویلکاکسون^۱ استفاده می شود. نتایج به دست آمده از این آزمون در جدول (۷) ارائه شده است. براساس این نتایج، الگوریتم NSGA-II

جدول (۵): نتایج به دست آمده از حل مسائل با ابعاد کوچک توسط سه روش AUGMECON، NSGA-II و NRGGA

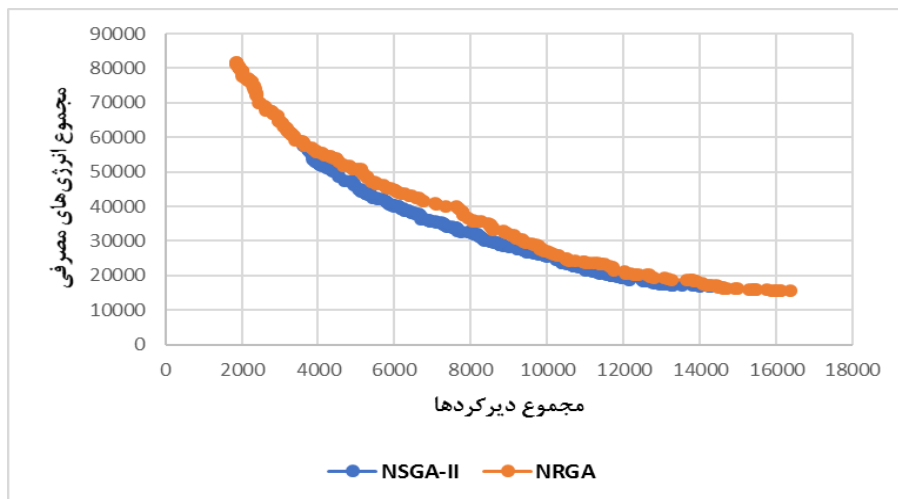
شماره مسأله	ابعاد مسأله	NRGA					NSGA-II					AUGMECON				
		T(s)	D	MID	Q%	S	NPS	T(s)	D	MID	Q%	S	NPS	T(s)	D	NPS
۱	۲-۲-۲-۵	۱۹۱۳/۱	۱۰۵۲/۱	۱۰۰	۱۱۹/۰۲	۹	۹	۱۹۱۳/۱	۱۰۵۲/۱	۱۰۰	۱۱۹/۰۲	۹	۳	۱۹۱۳/۱	۹	۲-۵-۲-۲
۲	۲-۲-۲-۳	۲۴۵۵/۲	۹۶۱/۳۴	۱۰۰	۹۱/۳۱	۱۷	۱۷	۲۴۵۵/۲	۹۶۱/۳۴	۱۰۰	۹۱/۳۱	۱۷	۱۰۱	۲۴۵۵/۲	۱۷	۲-۶-۲-۳
۳	۲-۳-۳-۳	۱۲۸۴/۲	۶۹۳/۴۴	۶۲	۵۹/۴۶	۱۱	۱۱	۱۲۸۴/۲	۶۳۹/۰۷	۷۷	۶۳/۳۱	۱۲	۸۹۳	۱۲۸۴/۲	۱۲	۲-۶-۳-۳
۴	۲-۲-۲-۷	۲۸۸۴/۴	۱۵۸۱/۹	۸۰	۸۹/۸۸	۲۲	۲۲	۲۸۸۴/۴	۱۵۱۹/۲	۹۲	۸۹/۶۵	۲۵	۴۵۹۶	۲۸۸۴/۴	۲۴	۳-۷-۲-۲
۵	۲-۲-۲-۷	۳۲۶۱/۶	۳۲۴۱/۶	۶۹	۱۲۷/۷	۴۲	۴۲	۳۲۶۱/۶	۲۸۶۹/۷	۷۸	۱۱۲/۳	۳۸	۳۷۴۱۳	۳۲۶۱/۶	۴۴	۳-۷-۲-۳

جدول (۶): نتایج به دست آمده از حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ توسط دو روش NSGA-II و NRGGA

شماره مسأله	ابعاد مسأله	NRGA		NSGA-II		NRGA		NSGA-II		NRGA		NSGA-II	
		T(s)	D	MID	Q%	S	NPS	T(s)	D	MID	Q%	S	NPS
۶	۲-۲-۲-۸	۱	۱	۲۴۱۹/۴	۲۴۱۹/۴	۱۲۵۹/۹	۱۲۶۳/۵	۸۹	۹۵	۱۰۰/۵۸	۹۴/۴۵	۱۷/۳۳	۱۶/۸۳
۷	۲-۲-۲-۱۵	۱	۱	۳۹۹۴/۸	۳۹۴۵/۳	۱۹۰۶/۶	۱۸۷۴/۹	۴۰	۷۸	۵۴/۶۹	۵۳/۳۱	۶۶/۶۷	۴۹/۶۷
۸	۲-۲-۲-۳۰	۱۱	۱۳	۱۲۲۵۶	۱۲۲۸۳	۶۰۳۳/۲	۶۵۲۸/۱	۴۵	۵۵	۵۴/۳۸	۵۲/۷۵	۱۳۶/۳۳	۱۵۱/۸
۹	۲-۲-۳-۶۰	۵۳	۵۶	۲۲۸۹۰	۲۲۸۷۳	۱۱۵۴۶	۱۱۵۱۵	۳۳	۶۷	۱۰۳/۱۱	۸۵/۶۸	۱۶۲/۶۷	۱۳۳/۶۷
۱۰	۲-۳-۳-۸۰	۱۰۰	۱۰۴	۱۷۶۸۳	۱۶۰۸۱	۸۴۹۰	۸۱۹۶/۶	۳۸	۶۲	۹۰/۶	۸۷/۶۱	۱۲۱/۶۷	۱۰۶
۱۱	۲-۴-۱۰۰	۱۶۵	۱۷۰	۳۹۶۸۱	۳۵۴۲۳	۲۰۸۳۸	۱۷۴۶۲	۴۷	۵۳	۱۱۹/۰۹	۱۰۷/۶۳	۲۱۱/۳۳	۱۹۰/۵
۱۲	۲-۲-۵-۱۲۵	۲۷۴	۲۸۰	۵۰۲۲۷	۴۱۴۸۹	۲۷۲۷۱	۲۰۴۵۷	۲۹	۷۱	۱۲۶/۱۶	۱۰۶/۲۹	۲۴۶/۵	۲۳۳/۱۷
۱۳	۲-۳-۵-۱۵۰	۴۰۹	۴۱۸	۵۳۵۱۲	۳۷۳۴۷	۲۶۱۳۷	۱۷۳۲۱	۲۶	۷۴	۱۵۲/۸۱	۱۰۸/۸۴	۱۹۵/۳	۱۸۹
۱۴	۲-۳-۸۰-۲۰	۷۹۳	۸۱۴	۶۵۷۷۳	۴۱۳۱۴	۳۱۲۵۶	۱۸۳۳۵	۳۳	۶۷	۱۵۵/۵۷	۱۱۱/۹۵	۲۳۱/۳	۲۱۵/۸۳
۱۵	۲-۴-۱۰-۲۵۰	۱۳۲۳	۱۳۶۲	۸۰۶۸۵	۵۳۰۶۰	۴۱۴۲۹	۲۴۵۸۰	۳۵	۶۵	۱۶۵/۵۹	۱۴۴/۵۴	۲۸۸/۳۳	۲۵۰/۶۷



شکل (۹): مجموعه جواب پارتو به دست آمده از سه روش AUGMECON، NSGA-II و NRGGA برای مسأله شماره ۴



شکل (۱۰): جبهه‌های پارتو به‌دست آمده از دو روش NSGA-II و NPGA برای مسئله شماره ۱۴

شاخص برای هر الگوریتم تعیین می‌گردد. عملکرد الگوریتمی که درصد انحراف نسبی پایین‌تری داشته باشد، مطلوب‌تر است. در رابطه (۲۵)، $AlgSol$ جواب الگوریتم و $BestSol$ بهترین جواب به‌دست آمده در تکرارهای مختلف دو الگوریتم است.

$$RPD = \left| \frac{AlgSol - BestSol}{BestSol} \right| \times 100 \quad (26)$$

از آنجایی که مقادیر توابع هدف در مسائل نمونه، متفاوت هستند لذا برای ارزیابی بهتر نتایج به‌دست آمده از حل مسائل نمونه با استفاده از دو الگوریتم NSGA-II و NPGA، می‌توان از درصد انحراف نسبی (RPD) استفاده نمود. بدین منظور، برای هر الگوریتم و به‌ازای هر یک از شاخص‌های ارزیابی، مقدار RPD برای هر یک از ۱۰ مسئله نمونه با استفاده از رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود و در نهایت میانگین RPD هر

جدول (۷): مقایسه دو الگوریتم NSGA-II و NPGA با استفاده از آزمون ویلکاکسون

شاخص						
	T(s)	NPS	S	MID	Q%	D
NRGA / NSGA-II	NRGA	NRGA	NSGA-II	NSGA-II	NSGA-II	NRGA

جدول (۸): میانگین درصد انحراف نسبی هر الگوریتم به ازای تمامی مسائل نمونه

شاخص						
	T(s)%	NPS%	S%	MID%	Q%	D%
NSGA-II	۱۴/۳۵	۱۷/۸۱	۱۹/۹۵	۱۰/۳۶	۱۵/۳۸	۱۷/۱۷
NRGA	۶/۴۳	۱۰/۰۱	۳۴/۰۲	۳۲/۸۹	۴۵/۱۹	۴/۹۱

مسئله برش موجودی است که در صنایعی نظیر مبلمان، پوشاک و تولید شیشه چندجداره مطرح می‌شود. از سوی دیگر مدیریت و کاهش مصرف انرژی در صنایع تولیدی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این پژوهش، زمان‌بندی عملیات مشترک برای مسئله برش موجودی در محیط ماشین‌های موازی یکسان به‌منظور کمینه نمودن هم‌زمان مجموع انرژی‌های مصرفی و مجموع زمان‌های دیرکرد، مورد مطالعه قرار گرفت. بدین‌منظور مسئله‌ی مورد بررسی با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و مفروضات تعیین شده به‌صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته مدل‌سازی گردید و برای حل مسائل نمونه با ابعاد کوچک و دستیابی به مجموعه جواب پارتو بهینه از روش محدودیت اسپیلون تکامل‌یافته استفاده شد. با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل دقیق مدل ریاضی ارائه شده به‌شدت افزایش می‌یابد. بنابراین در ادامه به‌منظور حل مسائل نمونه با ابعاد متوسط و بزرگ، دو الگوریتم

جدول (۸) نتایج به‌دست آمده برای میانگین درصد انحراف نسبی هر الگوریتم به‌ازای هر شاخص در حل مسائل نمونه را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال، الگوریتم NRGA در شاخص NPS به‌طور متوسط ۱۰/۰۱ درصد از بهترین جواب به‌ازای تمام مسائل حل شده فاصله دارد در حالی که این مقدار برای الگوریتم NSGA-II، برابر با ۱۷/۸۱ درصد است. براساس این نتایج، الگوریتم NRGA در شاخص‌های T، NPS و D، عملکرد بهتری دارد چراکه به‌ازای هر یک از شاخص‌های مذکور به‌طور متوسط انحراف کمتری را از بهترین جواب دارد. در ارتباط با شاخص‌های Q، S و MID، الگوریتم NSGA-II در مقایسه با الگوریتم NRGA مطلوب‌تر می‌باشد.

۵. نتیجه‌گیری

یکی از کاربردهای زمان‌بندی عملیات مشترک در محیط‌های تولیدی،

- [13] Wang Y., Wang M., Lin S. (2017). Selection of cutting conditions for power constrained parallel machine scheduling. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 43, 105-110.
- [14] Zeng Y., Che A., Wu X. (2018). Bi-objective scheduling on uniform parallel machines considering electricity cost. *Engineering Optimization*, 50(1), 19-36.
- [15] Wu, X. & Che, A., (2018). A memetic differential evolution algorithm for energy-efficient parallel machine scheduling, *Omega Volume* 82, 155-165.
- [16] Safarzadeh, H., Akhavan Niaki, S.T., (2019). Bi-Objective Green Scheduling in Uniform Parallel Machine Environments, *Journal of Cleaner Production*, 217, 559-572.
- [17] Wang, S., Wang, X., Yu, J., Ma, S., & Liu, M. (2018). Bi-objective identical parallel machine scheduling to minimize total energy consumption and makespan, *Journal of Cleaner Production*, 193, 424-440.
- [18] Anghinolfi, D., Paolucci, M. & Ronco, R., (2020). A bi-objective heuristic approach for green identical parallel machine scheduling, *European Journal of Operational Research*, S0377-2217(20)30631-7.
- [19] Zhang, H., Wu, Y., Pan, R. & Xu, G., (2020). Two-stage parallel speed-scaling machine scheduling under time-of-use tariffs, *Journal of Intelligent Manufacturing*. s10845-020-01561-6
- [20] Karimi, E., Keshavarz, T. & Shakhsi-Niaei, M., (2021). Unrelated Parallel Machines Scheduling with Sequence Dependent Setup Times to Minimize Makespan and Tariff Charged Energy Consumption, *Advances in Industrial Engineering*, Winter, 55(1): 91-113.
- [21] Zhou, B. & Gu, J., (2021). Energy-awareness scheduling of unrelated parallel machine scheduling problems with multiple resource constraints, *International Journal of Operational Research*, Vol. 41, No. 2, pp 196-217.
- [22] Modos, I., Sucha, P. & Hanzalek, Z., (2021). On parallel dedicated machines scheduling under energy consumption limit, *Computers and Industrial Engineering*, Volume 159, Issue C.
- [23] Rego, M., Pinto, J., Cota, L. & Souza, M., (2022). A mathematical formulation and an NSGA-II algorithm for minimizing the makespan and energy cost under time-of-use electricity price in an unrelated parallel machine scheduling, *Advances in Industrial Engineering*, PeerJ Computer Science. 844.
- [24] Asadpour, M., Hodaei, Z., Azami, N. & Kehtari, E., (2022). A green model for identical parallel machines scheduling problem considering tardy jobs and job splitting property, *Sustainable Operations and Computers*. Volume 3, Pages 149-155.
- [25] Arbib, C., Felici, G., & Servilio, M., (2019). Common operation scheduling with general processing times: A branch-and-cut algorithm to minimize the weighted number of tardy jobs, *Omega*, 84, 18-30.
- [26] Wang J, Qiao C, Yu H. (2011). On progressive network recovery after a major disruption. In: Proc. of IEEE INFOCOM; p. 1925-33. Shanghai, P.R. China, 10-15.
- [27] Cheng TCE, Diamond J, Lin BMT. (1993) Optimal scheduling in film production to minimize talent hold cost. *J Optim Theory*, 79, 197-206.
- [28] Cherri, A., Arenales, M., Yanasse, H., Poldi, K., & Vianna, A., (2014). The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers – A survey. *European Journal of Operational Research*, 236, 395-402.
- [29] Hinxman, A., (1980). The trim-loss and assortment problems: A survey. *European Journal of Operational Research* 5, 8-18.
- فراابتکاری NSGA-II و NPGA توسعه داده شد و با انجام آزمایش‌های محاسباتی بر روی مسائل نمونه، کارایی الگوریتم‌های ارائه شده با استفاده از شاخص‌های ارزیابی، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که الگوریتم NSGA-II در شاخص‌های S، Q و MID عملکرد بهتری را دارد در حالی که الگوریتم NPGA برای شاخص‌های T، NPS و D نتایج بهتری را ارائه می‌دهد.
- در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی، مطالعه مسأله در محیط ماشین‌های موازی غیریکسان و توسعه‌ی روش‌های ابتکاری و فراابتکاری دیگر برای حل مسأله به منظور بهبود نتایج این پژوهش، می‌تواند به عنوان زمینه‌های جذاب برای تحقیقات آتی مدنظر قرار گیرند.

مراجع

- [1] Fang, K., Uhan, N., Zhao, F., & Sutherland, J. W. (2011). A new approach to scheduling in manufacturing for power consumption and carbon footprint reduction. *Journal of Manufacturing Systems*, 30(4), 234-240.
- [2] Lu, C., Gao, L., Li, X., Pan, Q., & Wang, Q. (2017). Energy-efficient permutation flow shop scheduling problem using a hybrid multi-objective backtracking search algorithm. *Journal of Cleaner Production*, 144, 228-238.
- [3] Jovane, F., Yoshikawa, H., Alting, L., Boër, C. R., Westkamper, E., Williams, D., Paci, A. M. (2008). The incoming global technological and industrial revolution towards competitive sustainable manufacturing. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 57(2), 641-659.
- [4] Mori, M., Fujishima, M., Inamasu, Y., & Oda, Y. (2011). A study on energy efficiency improvement for machine tools. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 60(1), 145-148.
- [5] Pinedo, M. L. (2012). *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. Springer - Verlag New York.
- [6] افسر، امیر. بهنامیان، جواد. (۱۳۹۸). زمان‌بندی چندعاملی ماشین‌های موازی ناهمگن با در نظر گرفتن هزینه انرژی و کارهای به‌هنگام، سال هفتم، شماره ۱۵، صفحه ۲۸۷-۳۰۳.
- [7] Zhang, M., Yan, J., Yan, S., & Zhang, Y., (2019). Optimization for energy-efficient flexible flow shop scheduling under time of use electricity tariffs, *Procedia CIRP*, Volume 80, 251-256.
- [8] Masmoudi, O., Delorme, X. & Gianessi, P., (2019). Job-shop scheduling problem with energy consideration, *International Journal of Production Economics*, 216, 12-22.
- [9] Marichelvam, M.K., Geetha, M., (2021). A memetic algorithm to solve uncertain energy-efficient flow shop scheduling problems, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 115, 515-530.
- [10] Guo, J., Lei, D. & Li, M., (2021). Two-phase imperialist competitive algorithm for energy-efficient flexible job shop scheduling, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 40, 12125-12137.
- [11] Li Z., Yang H., Zhang S., Liu G. (2016) Unrelated parallel machine scheduling problem with energy and tardiness cost. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 84(1), 213-226.
- [12] Che A., Zhang S., Wu X. (2017) Energy-conscious unrelated parallel machine scheduling under time-of-use electricity tariffs. *Journal of Cleaner Production*, 156: 688-697.

- Solving from Nature, 6: 849-858.
- [۴۵] خیرخواه، امیرسامان. نوبری، آر.ش. حاجی‌پور، وحید. (۱۳۹۵). ارائه الگوریتم رقابت استعماری چندهدفه جهت بهینه‌سازی مسأله برنامه‌ریزی تولید ادغامی پایه. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، سال چهارم، شماره ۷، صفحه ۱-۱۵.
- [46] Bandyopadhyay, S., Bhattacharya, R., (2013). Solving multi-objective parallel machine scheduling problem by a modified NSGA-II. *Applied Mathematical Modelling*.
- [47] Rahmati, S.H., Hajipour, V. & Akhavan Niak, S.T. (2013). A soft-computing Pareto-based meta-heuristic algorithm for a multi-objective multi-server facility location problem, *Applied Soft Computing* 13, 1728–1740.
- [48] Ehtesham Rasi, R. (2021). Optimization of the multi-objective flexible job shop scheduling model by applying NSGAI and NPGA algorithms, *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*, Vol. 8, No. 1, 2021, pp. 45-71.
- [49] Al Jadaan, O., Rajamani, L. & Rao, C.R. (2008). Non-Dominated Ranked Genetic Algorithm for Solving Multi-Objective Optimization Problems: NPGA, *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*.
- [۵۰] نجفی، امیرعباس. ارجمند، مسعود. (۱۳۹۵). ارائه سه الگوریتم فراابتکاری توسعه‌یافته به منظور حل مسأله هزینه دسترس‌پذیری منابع با اهداف کمی‌سازی زمان اتمام پروژه و مجموع هزینه‌های منابع به صورت هم‌زمان، ویژه‌نامه یازدهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، دوره ۵۰، شماره ۳، صفحه ۴۷۱-۴۸۲.
- [۵۱] حاجی‌سلطانی، فاطمه. سیف‌برقی، مهدی. (۱۳۹۹). ارائه مدلی چندهدفه برای مکانیابی-تخصیص سیستم‌های مراقبت سلامت پیشگیرانه با تقاضای احتمالی، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، سال هشتم، شماره ۱۶، صفحه ۱۵-۳۷.
- [52] Taguchi, G., (1986). *Introduction to Quality Engineering* 1th Ed University of California, The Organization.
- [53] Afzalirad, M. & Rezaeian, J. (2017). A realistic variant of bi-objective unrelated scheduling parallel machine problem: NSGA-II and MOACO approaches. *Applied Soft Computing* 50, 109–123.
- [54] Cota, L., Coelho, V., Guimaraes, F. & Souza, M., (2018). Bi-criteria formulation for green scheduling with unrelated parallel machines with sequence-dependent setup times, *Intl. Trans. in Op. Res.* 00, 1–22.
- [55] Balakrishnan, N., Kanet, J. & Sridharan, S., (1999). Early/tardy scheduling with sequence dependent setups on uniform parallel machines, *Computers & Operations Research* 26, 127-141.
- [30] Dyckhoff, H., (1990). A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research* 44, 145–159.
- [31] Wascher, G., Haußner, H., & Schumann, H., (2007). An improved typology of cutting and packing problems *European Journal of Operational Research*, 183, 1109-1130.
- [32] Arbib, C., Marinelli, F., (2014). On cutting stock with due dates, *Omega*, 46, 11-20.
- [33] Kwon, S., Joung, S., & Lee, K., (2019). Comparative analysis of pattern-based models for the two-dimensional two-stage guillotine cutting stock problem, *Computers and Operations Research*, 109, 159-169.
- [34] Cui, Y., Zhong, C., & Yao, Y. (2015). Pattern-set generation algorithm for the one-dimensional cutting stock problem with setup cost. *European Journal of Operational Research*, 243(2), 540–546.
- [35] Wuttke, D., Heese, H.S., (2017). Two-dimensional cutting stock problem with sequence dependent setup times, *European Journal of Operational Research*, 1-13.
- [36] Ma, N., Liu, Y., & Zhou, Z., (2019). Two heuristics for the capacitated multi-period cutting stock problem with pattern setup cost, *Computers and Operations Research*, 109, 218-229.
- [37] Arbib C, Felici G, Servilio M., (2016). Sorting common operations to minimize the number of tardy jobs. *Networks*, 64, 306–20.
- [38] Graham, R. L., Lawler, E. L., Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1979). Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of discrete mathematics: Elsevier*; p. 287-326.
- [39] Garey, M. R. & Johnson D. S. (1978). “Strong” NP-completeness results: motivation, examples, and implications. *Journal of the ACM*, 25(3):499-508.
- [40] LI, Z., Yuan, H., Zhang, S. & Liu, G. (2015). Unrelated parallel machine scheduling problem with energy and tardiness cost, *Int J Adv Manuf Technol*, 170-015-7657-2.
- [41] Azizoglu, M. & Kirca, O. (1977). Tardiness minimization on parallel machines, *Int. J. Production Economics* 55, 163-168.
- [42] Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G. & Brucker, P. (1977). Complexity of machine scheduling problems, *Annals of Discrete Mathematics* 1, 343–362.
- [43] Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the ϵ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems, *Applied Mathematics and Computation*, Volume 213, Issue 2, Pages 455-465.
- [44] Deb K., Agarwal S., Pratap A. & Meyarivan T. (2000). A fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. *Parallel Problem*



DOI: 10.22084/ier.2022.25521.2061

Identical Parallel Machines Scheduling Considering Common Operations to Minimize Total Energy Consumption and Total Tardiness

H. Ataei¹, F. Ahmadizar^{2*}, J. Arkat³

- ¹ PhD student, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran
² Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran
³ Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 9 October 2021

Accepted 6 February 2022

Keywords:

Common Operations Scheduling
Identical Parallel Machines
Energy Consumption
Tardiness
NRGA
NSGA-II

ABSTRACT

Managing energy consumption at the same time as scheduling production operations has particular importance because optimal scheduling can also help reduce energy consumption. This paper considers an identical parallel machines scheduling problem considering common operations to minimize simultaneously total energy consumption and total tardiness. For this purpose, the bi-objectives Mixed Integer Linear Programming model is presented and for small scale instances, an augmented ϵ – constraint method is applied to obtain an optimal Pareto front. To tackle strongly NP-hard problem, NSGA-II Algorithm and NRGGA Algorithm are developed to solve medium and large-scale instances. The efficiency and performance of the proposed algorithms are evaluated by performing computational experiments on the sample instances. The results show that the NSGA-II Algorithm can generate approximate Pareto fronts with better convergence, so that the performance of this algorithm in comparison with NRGGA algorithm in terms of relative percentage deviation (RPD) in the indicators (Q) and (MID) 30% and 22% is better, respectively. On the other hand, the NRGGA Algorithm is faster and can obtain more non-dominated solutions with better diversity, so that the performance of this algorithm compared to the NSGA-II algorithm in terms of relative percentage deviation (RPD) in the indicators (D) and (NPS) 12% and 8% is better, respectively.

* Corresponding author. F. Ahmadizar
Tel.: 087-33669162; E-mail address: f.ahmadizar@uok.ac.ir