

ارائه مدل ریاضی و رویکرد حل ابتکاری مبتنی بر الگوریتم تولید ستون برای یک سیستم تحویل خودکار با در نظر گرفتن تأثیر باد

محمد احمدی^۱، سید حسام‌الدین ذگری^{۲*}، علی حسین‌زاده کاشان^۳

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۳. دانشیار گروه سیستم‌های اقتصادی و اجتماعی، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

خلاصه

تحویل سریع و کارآمد کالا در بخش لجستیک آخرین مایل، یکی از چالش‌های کلیدی برای شرکت‌های تجارت الکترونیک است. با پیشرفت سیستم تحویل خودکار، تحویل کالا با استفاده از آن‌ها به عنوان یک راهکار امیدبخش برای مقابله با چالش‌های لجستیک سنتی در آخرین مایل مطرح شده است. با توجه به چالش‌های زیست‌محیطی و اجتماعی در این حوزه، ادغام پایداری در برنامه‌ریزی لجستیک از یک گزینه اختیاری به یک ضرورت تبدیل شده است. سیستم‌های تحویل خودکار به عنوان راهکاری بالقوه برای کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای و بهبود پایداری لجستیک آخرین مایل شناسایی شده‌اند. در این مطالعه، یک مدل ریاضی برای مسأله تحویل پهبادی چندانبار و چنددوره‌ای ارائه می‌کنیم که چنددوره‌ای بودن را در نظر گرفته و هدف آن بهینه‌سازی مسیرهای پهبادها از چند انبار در یک افق برنامه‌ریزی یک‌روزه یا شیفتهی ضمن در نظر گرفتن تأثیر باد است. برای بهبود زمان محاسباتی، مدل ابتدا به صورت یک مسأله اصلی و یک زیرمسأله قیمت‌گذاری باز فرموله شده است تا بتوان از الگوریتم تولید ستون استفاده شود؛ سپس، یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای کاهش زمان محاسباتی زیرمسأله قیمت‌گذاری پیشنهاد شده است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، ۱۲۰ نمونه تصادفی در ۱۲ مجموعه مسأله مختلف تولید شده‌اند. در نهایت، مقایسه‌ای بین نتایج روش پیشنهادی و حل‌کننده سیپلکس انجام شده است تا عملکرد رویکرد پیشنهادی ارزیابی شود. نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم ارائه‌شده قادر به دستیابی به جواب‌هایی با فاصله تا بهینگی کمتر از ۱۰٪ است، در حالی که حل‌گر سیپلکس نمی‌تواند پاسخ‌هایی با اختلاف کمتر از ۶۰٪ ارائه دهد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۳/۱۰/۲۸

بازنگری ۱۴۰۳/۱۲/۰۵

پذیرش ۱۴۰۳/۱۲/۱۵

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

مسیریابی وسایل

سیستم تحویل خودکار

تولید ستون

برنامه‌ریزی پویا

تأثیر باد

۱. مقدمه

رشد روزافزون تعداد محموله‌های تحویلی در جهان به دلیل رشد صنعت تجارت الکترونیک منجر به افزایش توجه به تحویل به مقصد نهایی شده است. در سال ۲۰۱۸، تجارت الکترونیک به تنهایی ۲۳.۳ درصد رشد جهانی داشته است. افزایش تعداد سفارش‌های آنلاین به طور طبیعی

تعداد تحویل بسته‌ها را نیز افزایش داده است. تحویل به مقصد نهایی یا تحویل آخرین مایل یک بخش مهم در تجربه مشتری در تجارت الکترونیک می‌باشد [۱].

به طور کلی مسأله مسیریابی و بارگذاری دو چالش بزرگ در حوزه لجستیک هستند [۱]. براساس تحقیق [۲]، پنج چالش اصلی در

* نویسنده مسئول: سید حسام‌الدین ذگری

تلفن: ۰۲۱-۸۲۸۸۳۳۹۴؛ پست الکترونیکی: zegordi@modares.ac.ir

کامیون در حالت همیار می‌تواند یک پهباد متصل به‌خود داشته باشد که فقط از همان کامیون جدا شده و به آن بازمی‌گردد. اما در حالت موازی، کامیون و پهباد به‌طور مستقل به مشتریان خدمات ارائه می‌دهند. [۷-۱۱]

- **مسئله تحویل با پهباد:** در این حالت، ناوگان فقط از پهبادها تشکیل شده است و تحقیقات عمدتاً بر تجزیه و تحلیل تأثیر عواملی مانند مصرف انرژی، ظرفیت باتری و محدوده محدود پرواز متمرکز است. [۱۲-۱۸]

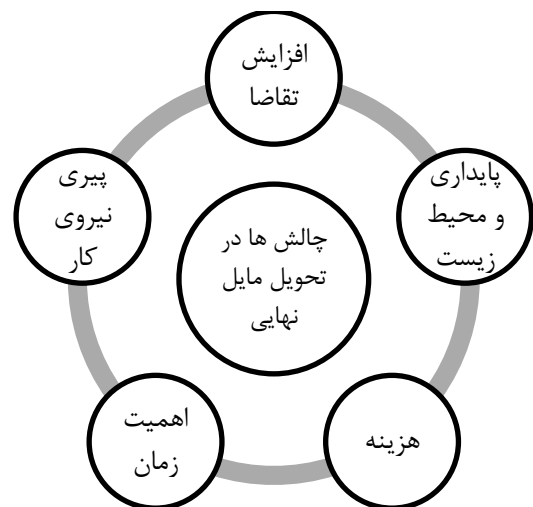
- وسیله نقلیه حامل پهباد: در این نوع مسائل، یک یا چند وسیله نقلیه بزرگ و کند (مانند کشتی یا کامیون نیمه‌تریلر) به‌عنوان کشتی مادر عمل می‌کنند و چندین پهباد را به یک نقطه مشخص منتقل می‌نمایند. در آن نقطه، پهبادها به‌طور هم‌زمان به چندین گره تقاضا خدمات ارائه می‌دهند. به‌ویژه درمواقع بحران، این نوع مدل برای سناریوهایی که نیاز به تأمین سریع گره‌ها دارند، مناسب است. [۱۹-۲۲]

از آنجایی که در مسئله تحویل با پهباد (DDP) در این تحقیق بررسی شده است؛ لذا مقالاتی از ادبیات که مرتبط با این دسته می‌باشند در جدول (۱) از حیث خصیصه‌های در نظر گرفته شده در مدل، تابع هدف و رویکرد حل مقایسه شده‌اند.

برای اولین بار، مسئله تحویل با پهباد (DDP) توسط کوئیلو و همکاران [۲۳] معرفی شد که در آن به بررسی مسئله DDP سبز چندهدفه پرداخته‌اند. آن‌ها یک مدل ریاضی ارائه کردند که شامل تحویل و دریافت بسته‌ها است. هدف این مدل کاهش چندین معیار مانند کل مسافت طی‌شده، زمان کل تحویل و تعداد پهبادها است. پس از آن، برخی مقالات تلاش کردند مصرف انرژی را مدل‌سازی کنند. در این تحقیقات، پهبادها معمولاً قادر به تحویل بیش از یک بسته هستند. برای مثال، دورلینگ و همکاران [۱۲] یک تابع مصرف انرژی خطی براساس بار تحویلی توسعه دادند و دو مدل ریاضی برای DDP چندسفره ارائه کردند. یکی از مدل‌ها به حداقل رساندن هزینه تحت محدودیت زمان تحویل می‌پردازد و دیگری به حداقل رساندن زمان کل تحویل تحت محدودیت بودجه اختصاص دارد. در ادامه، چنگ و همکاران [۱۳] با ارائه یک مدل غیرخطی مصرف انرژی براساس بار و مسافت سفر به مسئله DDP پرداختند. آن‌ها همچنین الگوریتم‌های دقیق شاخه‌وبرش را برای حل مدل‌های خود توسعه دادند. ازسوی دیگر، [۲۴] برای مقابله با مسئله مصرف انرژی، رویکرد تعویض باتری را در DDP مورد مطالعه قرار داد. [۲۵] نیز تأثیر بار تحویلی بر محدوده پرواز پهباد را بررسی کردند.

جریان دیگری از تحقیقات در حوزه تحویل با پهباد (DDP) بر روی زمینه‌هایی فعالیتی متمرکز شدند که در آن DDP می‌تواند به‌کار گرفته شود. به‌دلیل توانایی بالقوه پهبادها در دسترسی به مکان‌های غیرقابل دسترسی، مدیریت پس از بلایا یکی از این زمینه‌ها است. رابتا و همکاران [۱۴] در لجستیک انسانی از DDP برای تحویل چندین کالای امدادی استفاده کرده‌اند.

تحویل آخرین مایل وجود دارد که در شکل (۱) نشان داده شده است. یکی از مهم‌ترین چالش‌ها موضوع پایداری و محیط زیست می‌باشد. گسترده‌تر شدن عبور و مرور، ترافیک را به معضلی روزانه تبدیل کرده است که علاوه بر تأثیرات اقتصادی، زیان‌های زیست‌محیطی را نیز در پی دارد [۳]. براساس تحقیق [۴] کامیون‌هایی که شرکت‌های تحویل مرسوله در پاریس استفاده می‌کنند، ۱۵ تا ۲۰ درصد از تراکم ترافیک شهری و نزدیک به ۶۰ درصد از کل انتشار گازهای آلاینده را به‌خود اختصاص داده‌اند. همچنین، وسایل نقلیه اغلب به‌صورت ناکارآمد عمل می‌کنند و مسیرهای غیربهینه را طی می‌کنند [۵]. علاوه بر این، نویسندگان [۶] ادعا کرده‌اند که در برنامه‌ریزی مسیر، بهینه‌سازی زمان سفر به‌طور کارآمدی در نظر گرفته نمی‌شود.



شکل (۱). چالش‌های اصلی در تحویل مایل نهایی

در دنیای امروز، مشتریان از تأمین‌کنندگان انتظار دارند که تحویل‌ها در زمان کوتاه‌تری انجام شود، که این امر نیازمند لجستیک کارآمد و انعطاف‌پذیر است. تمام عملیات لجستیکی مرتبط با تحویل کالا و بسته‌ها به منازل مشتریان، تحت عنوان "تحویل آخرین مایل" شناخته می‌شود که در ادبیات به‌عنوان گران‌ترین، ناکارآمدترین و ... توصیف شده است. همه این موضوعات، جستجو برای راه‌حل‌های نوآورانه در حوزه تحویل آخرین مایل را به‌دنبال داشته است و فناوری پهباد به‌عنوان یک گزینه امیدوارکننده در این حوزه ظهور کرده است. به‌طور کلی پذیرفته شده است که استفاده از پهبادها در تحویل آخرین مایل توسط [۶] پایه‌گذاری شده است. آن‌ها دو نسخه جدید از مسئله فروشنده دوره‌گرد سنتی را معرفی کرده‌اند که به نام‌های «مسئله فروشنده دوره‌گرد با همیار پرنده» و «زمان‌بندی پهباد موازی در مسئله فروشنده دوره‌گرد شناخته می‌شوند» [۶]. مسائل اصلی که در مسیریابی با استفاده از پهبادها در ادبیات علمی مطالعه شده‌اند را می‌توان به سه گروه دسته‌بندی کرد [۶]:

(۱) **مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پهبادها:** در این نوع مسائل، برای ارائه خدمات به مشتریان به‌صورت موازی یا همیار، کامیون به‌عنوان یک حامل کمکی در نظر گرفته می‌شود، زیرا پهباد دارای محدودیت در میزان پرواز و حمل محصولات بزرگ است. هر

جدول (۱). خلاصه‌ای از مقالات مرتبط با مسأله تحویل با پهباد

مقاله	تحویل برداشت	تعداد پرواز	تعداد سرویس در هر پرواز	تعداد انبار	تابع هدف	رویکرد حل
[23]	■ ■	n	n	1	مسافت کل، زمان کل، تعداد پهبادها، حداکثر سرعت، زمان تکمیل، انرژی کل	برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی
[12]	■	n	n	1	هزینه کل	شبیه‌سازی تبرید
[13]	■	n	n	1	هزینه کل	شاخه و کران
[24]	■	n	n	1	زمان کل سفر و متوسط زمان انتظار	برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط
[25]	■	n	n	1	هزینه کل	تجزیه و تحلیل ریاضی
[14]	■	n	n	1	مجموع مسافت طی شده و هزینه	برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط
[15]	■	n	n	1	هزینه کل	برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط
[16]	■ ■	n	n	n	تأخیر و کارایی (بازدهی)	الگوریتم پیشرونده مبتنی بر بهینه سازی
[26]	■	1	n	1	پراکندگی	الگوریتم ژنتیک جستجوی محلی
[27]	■	n	n	n	ظرفیت سرویس‌دهی	شبکه صف بسته و مدل به‌حداقل رساندن هزینه
[۲۸]	■	1	n	1	مسافت	برنامه‌ریزی عدد صحیح
[۲۹]	■	n	n	1	-	برنامه‌ریزی محدودیت
[۳۰]	■	1	n	n	-	برنامه‌ریزی محدودیت
این تحقیق	■	n	1	n	مجموع زمان تحویل	تولید ستون

منجر به کاهش قابل توجه زمان محاسبات و دستیابی به شکاف بهینه‌سازی کمتر از ۱۰٪ شده است. نوآوری‌های اصلی این مقاله به شرح زیر است:

- ارائه یک مدل ریاضی جدید برای مسأله تحویل چندانباره و چنددوره‌ای با پهباد (MDMP-DDP) با در نظر گرفتن سرعت باد.
 - استفاده از الگوریتم تولید ستون برای بازنویسی مدل ارائه شده به صورت مدل‌های مسأله اصلی و مسأله فرعی قیمت‌گذاری به منظور کاهش زمان محاسبات که عملکرد خوبی در حل مسأله تحقیق داشته است.
 - توسعه یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای حل مسأله فرعی قیمت‌گذاری بر اساس مسأله تحقیق و ویژگی‌های ذاتی مسأله که تأثیر به‌سزایی در عملکرد محاسباتی روش حل ارائه شده داشته است.
- ساختار ادامه مقاله به این صورت است: در بخش ۲، شرح مسأله ارائه شده است. فرمول‌بندی یکپارچه مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح و روش حل در بخش‌های ۳ و ۴ مورد بحث قرار می‌گیرند. بخش ۵ به نتایج و برخی مباحث اختصاص یافته و در نهایت، بخش ۶ نتیجه‌گیری‌های پژوهش حاضر را ارائه می‌دهد.

۲. تعریف مسأله

ما مسأله تحویل با پهباد (DDP) را برای یک شرکت توزیع محلی تعریف می‌کنیم که قصد دارد تنها با استفاده از ناوگان پهبادها، بسته‌ای از پیش تعیین شده را در افق برنامه‌ریزی به مشتریان مشخصی تحویل

این مدل به دنبال کاهش کل مسافت پیموده شده پهباد با در نظر گرفتن محدودیت‌های انرژی و ایستگاه‌های شارژ می‌باشد. چاودوری و همکاران [۱۵] مشکل مشابهی را بررسی کردند که در آن برخی هزینه‌های عملیاتی پهباد مانند معلق ماندن، چرخش، و کروز به طور دقیق مورد بررسی قرار گرفتند. لیو [۱۶] مسأله DDP را در تحویل وعده‌های غذایی بررسی کرد و یک مدل ریاضی ارائه داد که جنبه‌های کسب و کار را مدنظر قرار می‌دهد. برخلاف فرمول‌بندی‌های معمول مبتنی بر گراف، در این تحقیق مدل ریاضی به صورت زمانی گسسته و مکانی پیوسته فرمول‌بندی شده است.

در این مقاله، تأثیر سرعت باد بر زمان سفر پهبادها بررسی شده است تا مسأله تحویل با پهباد (DDP) به صورت یک مدل ریاضی واقع بینانه‌تر فرمول‌بندی شود. برای این منظور، دو فرض اساسی علاوه بر فرض‌های کلی DDP در نظر گرفته شده است:

- افق زمانی به چندین دوره تقسیم شده است که در هر دوره، سرعت باد ثابت فرض می‌شود.
- مسأله به صورت چندانباره مدل‌سازی شده است، و به پهبادها اجازه داده شده تا مبدأ و مقصد انبار خود را انتخاب کنند تا بتوانند واکنش بهتری نسبت به سرعت باد نشان دهند.

برای بهبود زمان محاسبات، از الگوریتم تولید ستون استفاده شده تا مدل یکپارچه پیشنهادی به یک مسأله اصلی و یک مسأله فرعی قیمت‌گذاری تجزیه شود. برای حل مدل مسأله فرعی قیمت‌گذاری، یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا توسعه داده شده است. در نهایت، کارایی این رویکرد ابتکاری با استفاده از مثال‌های عددی ارزیابی شده که

dt_{nm}^l	زمان سفر بین نقطه n, n' در دوره زمانی l
ts_l, tf_l	زمان شروع و پایان دوره زمانی l
M	عدد بزرگ
علائم استفاده شده در مدل یکپارچه	
متغیرهای تصمیم	
$x_{n,n'}$	متغیر صفر و یکی که مقدار یک می‌گیرد اگر حداقل یک پهپاد از گره n به n' سفر کند.
z_{um}^{jl}	مقدار یک می‌گیرد اگر گره j توسط پهپاد u در مأموریت m سرویس‌دهی شده باشد.
t_{um}	زمان تکمیل مأموریت m پهپاد u
w_{um}	مقدار یک می‌گیرد اگر پهپاد u مأموریت m را انجام دهد.
CT_u	زمان تکمیل آخرین مأموریت پهپاد u
علائم استفاده شده در مدل اصلی - فرم تجزیه شده	
اندیس‌ها و مجموعه‌ها	
$p \in P$	مجموعه و اندیس مربوط به برنامه‌های حرکتی
$j_p \subseteq J$	مجموعه نقاطی که می‌تواند توسط برنامه حرکتی p سرویس‌دهی شود.
پارامترها	
C_p	زمان تکمیل برنامه حرکتی p
a_{jp}	برای هر $j \in j_p$ مقدار یک می‌گیرد.
NU	تعداد پهپادها
متغیرهای تصمیم	
o_p	مقدار یک می‌گیرد اگر برنامه p انتخاب شود.
علائم استفاده شده در مدل زیرمسئله قیمت‌گذاری	
پارامترها	
π_j	متغیر دوگان مرتبط با محدودیت (۱۷)
η	متغیر دوگان مرتبط با محدودیت (۱۸)
متغیرهای تصمیم	
C	زمان تکمیل نهایی آخرین برنامه
y_{jm}	مقدار یک می‌گیرد اگر گره j در مأموریت m سرویس‌دهی شود.
z_{ml}	مقدار یک می‌گیرد از مأموریت m در دوره l صورت پذیرفته است.
x_{ijm}^{out}	مقدار یک می‌گیرد اگر در مأموریت m پهپاد i را برای سرویس‌دهی به نقطه j ترک کرده باشد.
x_{ijm}^{in}	مقدار یک می‌گیرد اگر پهپاد در مأموریت m خود بعد از سرویس‌دهی به نقطه j به انبار i باز گردد.
s_m	بیانگر زمان سفر مأموریت m است.
t_m	بیانگر زمان پایان مأموریت m است

۳. مدل ریاضی یکپارچه

در این قسمت، مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح یکپارچه مسئله ارائه شده است. پارامترها، متغیرها و شاخص‌ها در جدول (۲) بیان شده‌اند. برای مدل سازی نیاز است که زمان سفر پهپاد با در نظر گرفتن تأثیر باد محاسبه شود که این کار براساس روش ارائه شده در لم ۱ انجام می‌شود.

دهد. شبکه این مسئله شامل تعدادی انبار و گره‌های تقاضا است. در این مسئله، یک مأموریت به ارائه خدمات به یک گره تقاضا اشاره دارد که در آن یک پهپاد از یک انبار حرکت می‌کند، به یک گره تقاضا خدمت‌رسانی می‌کند و سپس به همان انبار یا انبار دیگری بازمی‌گردد. علاوه بر این، دنباله‌ای از مأموریت‌ها که یک پهپاد در طول یک افق برنامه‌ریزی انجام می‌دهد، "برنامه" نامیده می‌شود. همچنین افق برنامه‌ریزی به چندین دوره تقسیم شده است که در هر دوره، سرعت باد ثابت فرض می‌شود. هدف این مسئله، حداقل‌سازی کل زمان خدمت‌رسانی با در نظر گرفتن تأثیر باد است، با این فرضیات:

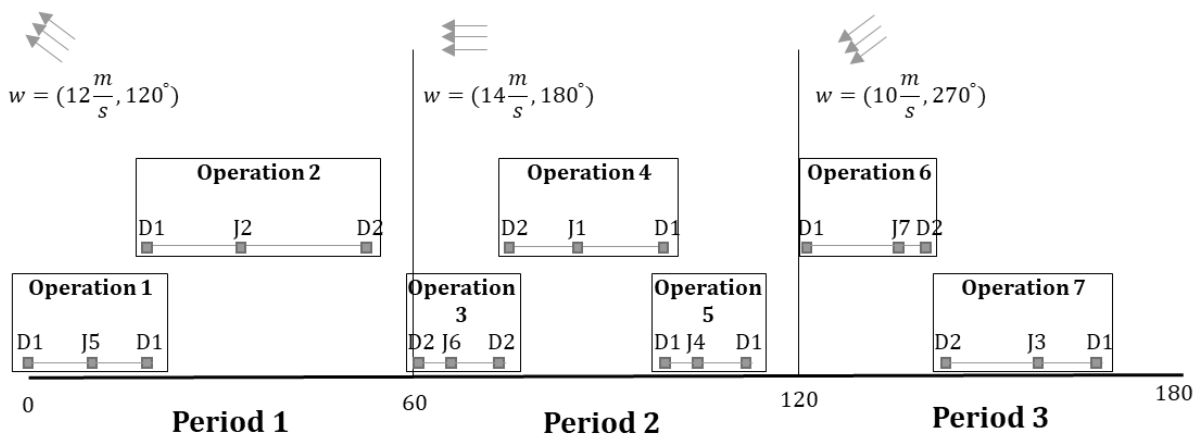
- افق برنامه‌ریزی عملیاتی است، مانند یک روز یا یک شیفت کاری که شامل چندین دوره زمانی است.
 - ناوگان پهپاد شامل $|U|$ پهپاد است و هر پهپاد در طول افق برنامه‌ریزی حداکثر می‌تواند $|M|$ مأموریت انجام دهد.
 - اولین مأموریت هر پهپاد می‌تواند از هر انباری شروع شود (پهپادها در ابتدای افق برنامه‌ریزی به انبار خاصی اختصاص داده نمی‌شوند). بالاین‌حال، مأموریت‌های بعدی باید از انباری آغاز شوند که مأموریت قبلی در آن به پایان رسیده است.
 - هر مأموریت باید در همان دوره‌ای که آغاز شده به پایان برسد و زمان مأموریت نباید از حداکثر زمان پرواز (T_{max}) بیشتر باشد.
- در اینجا تلاش شده است تا در قالب یک مثال مفروضات و چگونگی ارتباط بین یک برنامه حرکتی پهپاد، مأموریت‌ها و دوره‌ها را نشان دهد. شکل (۲) یک برنامه حرکتی با هفت مأموریت در طول افق برنامه‌ریزی (۱۸۰ دقیقه) که شامل سه دوره زمانی (هر کدام ۶۰ دقیقه) است را نمایش می‌دهد. شبکه از هفت گره تقاضا ($J1$ تا $J7$) و دو انبار ($D1$ و $D2$) تشکیل شده است. مسیر کلی برنامه و زمان کل خدمات آن به‌صورت زیر است:

$$(D1 \rightarrow J5 \rightarrow D1 \rightarrow J2 \rightarrow D2 \rightarrow J6 \rightarrow D2 \rightarrow J1 \rightarrow D1 \rightarrow J4 \rightarrow D1 \rightarrow J7 \rightarrow D2 \rightarrow J3 \rightarrow D1)$$

که ۱۶۵ دقیقه طول می‌کشد. مأموریت‌ها به ترتیب در زمان‌های $[0, 20, 60, 75, 100, 120, 140]$ شروع و در زمان‌های $[20, 55, 75, 100, 115, 140, 165]$ به پایان می‌رسند.

جدول (۲). علائم استفاده شده در تمام مدل‌ها

اندیس و مجموعه‌ها	
$n, n' \in N$	اندیس و مجموعه گره‌ها
$i, i' \in I \subseteq N$	اندیس و مجموعه نقاط مربوط به انبارها
$j, j' \in J \subseteq N$	اندیس و مجموعه نقاط تقاضا
$l \in L$	اندیس و مجموعه دوره‌های زمانی
$u \in U$	اندیس و مجموعه پهپادها
$m \in M$	اندیس و مجموعه مأموریت‌ها
پارامترها	
D_{ij}^x, D_{ij}^y	فاصله دو نقطه (i, j) در محورهای x و y
W_l^x, W_l^y	سرعت وزش باد در راستای محور x و y
$D_{n,n'}$	فاصله بین نقطه n و n'



شکل (۲). مثالی از ارتباط بین برنامه حرکتی، مأموریت‌ها و دوره‌ها

بنابراین زمان سفر یال (n, n') برابر است با:

$$dt_{nn'}^l = \frac{2a * D_{ij}^x}{-b + \Delta} \quad (12)$$

با محاسبه زمان سفر پهپاد در هر دوره براساس فرمول ذکر شده

مدل ریاضی مسأله به صورت زیر می باشد:

$$\text{Min} \sum_u CT_u \quad (13)$$

$$CT_u \geq t_{um} \quad \forall u, m \quad (14)$$

$$\sum_{u,m,l} z_{um}^{jl} = 1 \quad \forall j \quad (15)$$

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (16)$$

$$\sum_i x_{ji} = 1 \quad \forall j \quad (17)$$

$$w_{um} - w_{u,m-1} \leq 0 \quad \forall u, m > 1 \quad (18)$$

$$\sum_{j,l} z_{um}^{jl} = w_{um} \quad \forall u, m \quad (19)$$

$$x_{ij'} \geq \sum_l (z_{um}^{jl} + z_{u,m+1}^{j'l}) + x_{ij} - 2 \quad \forall i, j, j', u, m \quad (20)$$

$$t_{um} \geq t_{u,m-1} - M(1 - z_{um}^{jl}) + \sum_i (x_{ij} dt_{ij}^l + x_{ji} dt_{ji}^l) \quad \forall u, m > 1, j, l \quad (21)$$

$$t_{um} \geq -M(1 - z_{um}^{jl}) + \sum_i (x_{ij} dt_{ij}^l + x_{ji} dt_{ji}^l) \quad \forall u, m = 1, j, l \quad (22)$$

$$t_{um} - ts_l \geq -(M + ts_l)(1 - z_{um}^{jl}) + \sum_i (x_{ij} dt_{ij}^l + x_{ji} dt_{ji}^l) \quad \forall u, m, j, l \quad (23)$$

$$t_{um} - tf_l \leq M(1 - z_{um}^{jl}) \quad \forall u, m, j, l \quad (24)$$

$$\sum_i (x_{ij} dt_{ij}^l + x_{ji} dt_{ji}^l) \leq M * T^{max} + M(1 - z_{um}^{jl}) \quad \forall u, m, j, l \quad (25)$$

لم ۱. با فرض این که سرعت باد در دوره‌ی l ثابت باشد و پهپاد با حداکثر

سرعت نسبت به هوا پرواز کند، زمان سفر هر یال (n, n') در دوره‌ی l

برابر است با:

$$dt_{nn'}^l = \frac{2a * D_{ij}^x}{-b + \Delta} \quad (1)$$

درحالی که:

$$a = \left(\frac{D_{ij}^y}{D_{ij}^x} \right)^2 + 1 \quad (2)$$

$$b = 2 \left[\frac{W_l^x D_{ij}^x + W_l^y D_{ij}^y}{D_{ij}^x} \right] \quad (3)$$

$$c = (W_x^2 + (W_y)^2 - (V^{max})^2) \quad (4)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (5)$$

اثبات. فرض کنید l دوره‌ای باشد که پهپاد در آن پرواز می کند و

(n, n') به ترتیب گره‌های شروع و پایان باشند. معادلات (۶) و (۷)

رابطه‌ی بین سه پارامتر (۱) سرعت پهپاد نسبت به زمین (۲) سرعت

باد (۳) سرعت پهپاد نسبت به هوا را نشان می دهند. لازم به ذکر است

که سرعت پهپاد نسبت به هوا مقدار ثابتی دارد و برابر با V^{max} است.

با این فرض، رابطه‌ی (۸) نتیجه گیری می شود.

$$V_{nn'l}^{gx} = W_l^x + V_{nn'l}^{ux} \quad (6)$$

$$V_{nn'l}^{gy} = W_l^y + V_{nn'l}^{uy} \quad (7)$$

$$\sqrt{(V_{nn'l}^{ux})^2 + (V_{nn'l}^{uy})^2} = V^{max} \quad (8)$$

رابطه (۹) نشان می دهد که زمان سفر برابر است با نسبت فاصله بین

گره‌ها به سرعت پهپاد نسبت به زمین. معادله (۱۰) با بازنویسی معادلات

(۶)، (۷) و (۹) برحسب V_x^G به دست می آید. در نهایت، معادله‌ی درجه

دوم (۱۱) از ترکیب معادلات (۶)، (۷) و (۱۰) نتیجه می شود.

$$dt_{nn'}^l = \frac{D_{ij}^x}{V_{nn'l}^{gx}} = \frac{D_{ij}^y}{V_{nn'l}^{gy}} \quad (9)$$

$$V_{nn'l}^{gy} = \frac{D_{ij}^y}{D_{ij}^x} * V_{nn'l}^{gx} \quad (10)$$

$$\left(\frac{D_{ij}^y}{D_{ij}^x} * V_{nn'l}^{gx} - W_l^y \right)^2 + (V_{nn'l}^{gx} - W_l^x)^2 = (V^{max})^2 \quad (11)$$

$$x_{i,j}, z_{um}^l, w_{um} \in \{0,1\} \quad \forall i,j,u,m,l \quad (26)$$

$$t_{um} \quad \forall u,m \quad (27)$$

تابع هدف (۱۳) به دنبال حداقل کردن زمان سرویس دهی پهپادها است. زمان تکمیل هر پهپاد با معادله (۱۴) محاسبه می شود. قید (۱۵) تضمین می کند که هر گره تقاضا تنها توسط یک پهپاد سرویس دهی می شود. رابطه های (۱۶) و (۱۷) تضمین می کند که در صورت ورودی به یک گره تقاضا و خروجی از آن تنها یک بار انجام شود. توالی مأموریت های یک پهپاد توسط معادله (۱۸) تضمین می شود. رابطه (۱۹) هر مأموریت را به یک گره و دوره خاص تخصیص می دهد. پیوستگی مسیر پرواز پهپاد در طول افق برنامه ریزی با قید (۲۰) تضمین می شود. این بدین معناست که اگر یک پهپاد در یک مأموریت به انبار i بازگردد، باید در مأموریت بعدی خود از همان جا شروع کند. روابط (۲۱) و (۲۲) زمان تکمیل هر مأموریت را محاسبه می کنند. معادلات (۲۳) و (۲۴) تضمین می کنند که هر مأموریت در همان دوره ای که شروع می شود؛ پایان یابد. در نهایت، عبارت (۱۳) تضمین می کند که طول هر مأموریت کمتر از زمان پرواز مجاز باشد.

۴. روش حل

در بخش قبلی، برای مسئله مورد مطالعه مدل برنامه ریزی عدد صحیح یکپارچه ارائه شد. از آنجایی که مسئله تحویل با پهپاد ان پی سخت در نظر گرفته می شود نیاز است که برای حل کارای آن روش حل مناسبی ارائه شود. در این بخش سعی خواهد شد که مدل یکپارچه براساس تجزیه دانتزیگ ولف به دو مسئله با نام های مسئله اصلی و زیرمسئله قیمت گذاری تجزیه شود. لازم به ذکر است که مانند هر رویکرد تجزیه دیگری، حل مسئله تجزیه شده معادل حل مسئله به صورت یکپارچه خواهد بود. ایده کلی این است که به جای تصمیم گیری یکپارچه برای تمام پهپادها و استخراج یک برنامه جامع که دربردارنده ی برنامه عملیاتی تمام پهپادها باشد؛ مسئله به تخصیص برنامه به پهپادها از بین تعداد محدودی برنامه عملیاتی موجود (مسئله اصلی) تقلیل داده شود و از طرف دیگر با کمک مدل زیرمسئله قیمت گذاری، سعی شود که برنامه عملیاتی جدیدی که می تواند برای مسئله اصلی کاهش هزینه به دنبال داشته باشد؛ یافته و به مجموعه برنامه های مدل اصلی اضافه شود. لذا مسئله اصلی به دنبال آن است که بین تعداد محدودی برنامه های بازدید (ستون)، برنامه هایی را به پهپادها اختصاص دهد که مجموع زمان تکمیل پهپادها کمینه و تمام نقاط تقاضا پوشش داده شوند. در کنار این مسئله، زیرمسئله قیمت گذاری به دنبال اضافه کردن برنامه بازدید (ستون) جدیدی است که با اضافه شدن به مسئله اصلی هزینه کاهش یافته داشته باشد. باتوجه به محدودیت سخت کننده (۱۵) در مدل یکپارچه و با بکارگیری رویکرد تجزیه دانتزیگ ولف می توان مسئله یکپارچه را به یک مسئله اصلی از جنس مسئله بخش بندی مجموعه و یک زیرمسئله قیمت گذاری تجزیه کرد. درخصوص با حل گسسته برنامه ریزی خطی، مسئله پوشش مجموعه عملکرد بهتری نسبت به مسئله بخش بندی مجموعه دارد؛

بنابراین مسئله اصلی به صورت یک مسئله پوشش مجموعه مدل سازی شده است که در آن برنامه حرکتی پهپاد معادل یک مجموعه است. در این مدل سازی قید (۱۵) به قیدی تبدیل می شود که اطمینان می دهد هر گره حداقل توسط یک برنامه حرکتی پهپاد، سرویس دهی می شود. الگوریتم تولید ستون قادر است که برای فرم خطی شده مسئله اصلی جواب دقیق ارائه دهد که درواقع این جواب حد پایین بسیار خوبی برای فرم عدد صحیح مسئله اصلی است. بعداز حل مسئله اصلی به صورت رها شده، با اضافه کردن قیود باینری مسئله اصل مجدد حل خواهد شد که حاصل آن یک جواب شدنی و حد بالا برای مسئله اصلی است.

۴-۱. مدل سازی مسئله اصلی در قالب مسئله پوشش مجموعه ها
در فرمول بندی مسئله اصلی، هر ستون معادل یک برنامه حرکتی پهپاد است و بالعکس؛ بنابراین، یک ستون یا یک برنامه حرکتی پهپاد می تواند با گره هایی که به آن ها سرویس دهی می کند و زمان اتمام سرویس دهی آن نمایش داده شود. در مسئله تقسیم مجموعه، هر گره تقاضا باید به حداقل یک طرح انتخابی اختصاص داده شود، درحالی که تعداد کل طرح های انتخابی باید برابر یا کمتر از تعداد پهپادها باشد. لازم به ذکر است که علائم استفاده شده در مدل سازی در جدول (۲) شرح داده شده است.

$$\text{Min } Z = \sum_p o_p c_p \quad (28)$$

$$\sum_p a_{jp} o_p \geq 1 \quad \forall j \quad (29)$$

$$\sum_p o_p \leq NU \quad (30)$$

$$o_p \in \{0,1\} \quad \forall p \in P \quad (31)$$

تابع هدف (۲۸) به دنبال کمینه کردن زمان کل سرویس برنامه های حرکتی انتخاب شده است. در قید (۲۹) اطمینان حاصل می شود که همه گره ها با استفاده از برنامه های حرکتی انتخابی سرویس داده می شوند. رابطه (۳۰) تضمین می کند که تعداد برنامه های حرکتی انتخاب شده کمتر از تعداد کل پهپادها باشد. معادله (۳۱) محدودیت های باینری را بر روی o_p اعمال می کند.

۴-۲. مدل سازی زیرمسئله و الگوریتم تولید ستون

در این بخش، برای پیدا کردن ستون هایی (برنامه های حرکتی) با هزینه کاهش یافته منفی، زیرمسئله قیمت گذاری ارائه شده است. برای این کار، ابتدا زیرمسئله قیمت گذاری به صورت یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح فرموله می شود و سپس، یک الگوریتم برنامه ریزی پویا برای حل آن ارائه می شود.

۴-۲-۱. مدل سازی زیرمسئله

همان طور که قبلاً ذکر شد، هدف از مسئله فرعی یافتن ستون (برنامه حرکتی) است که کمترین هزینه کاهش یافته را برای فرم خطی سازی شده مسئله اصلی را داشته باشد. هزینه کاهش یافته یک برنامه حرکتی برابر با $\eta - \sum_{j,m} [\pi_j y_{jm}] - C$ می باشد، که در آن π_j و η متغیرهای دوگانه مربوط به قیود (۲۹) و (۳۰) هستند و C زمان تکمیل

برای بهبود عملکرد زیرمسئله قیمت‌گذاری، چندین نابرابری معتبر که می‌توانند به بهبود عملکرد محاسباتی الگوریتم تولید ستون کمک کنند، در نظر گرفته شده‌اند. نابرابری معتبر (۴۸) تضمین می‌کند که یک مأموریت تنها در صورتی می‌تواند انجام شود که مأموریت قبلی تمام شده باشد. نابرابری معتبر (۴۹) تضمین می‌کند که اگر مأموریتی در یک دوره انجام شود، مأموریت‌های بعدی به دوره‌های قبلی اختصاص نخواهند یافت.

$$\sum_j y_{j,m} \leq \sum_j y_{j,m-1} \quad \forall m > 1 \quad (48)$$

$$\sum_{\substack{l' > l, \\ m' > m}} z_{m'l'} \geq (|M| - m) * (1 - z_{ml}) \quad \forall m, l \quad (49)$$

۴-۲-۲. برنامه‌ریزی پویا برای حل زیرمسئله

زیرمسئله قیمت‌گذاری باید با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی دقیق حل شود تا جواب بهینه برای مسئله اصلی خطی‌سازی شده حاصل شود. برای این منظور می‌توان از حلگرهای عمومی برای برنامه‌نویسی صحیح مانند سیپلکس استفاده کرد. اما استفاده از این حلگرها به دلیل نیاز به تکرار حل، زمان حل کل الگوریتم را زمان‌بر می‌کند. در این بخش، برای کاهش زمان محاسباتی، یک الگوریتم برنامه‌ریزی دینامیک کارا برای حل زیرمسئله قیمت‌گذاری توسعه داده شده است. به‌طور کلی، برنامه‌ریزی دینامیک مسئله را به چندین مرحله تقسیم می‌کند که در هر کدام تصمیمی براساس برخی وضعیت‌ها اتخاذ می‌شود. در مسئله این تحقیق، یک برنامه حرکتی پهلاد شامل حداکثر $|M|$ مأموریت است؛ بنابراین، الگوریتم برنامه‌ریزی دینامیک ما شامل $|M|$ مرحله است. در این الگوریتم، یک وضعیت می‌تواند با سه پارامتر زیر نمایش داده شود: گره‌هایی که در مأموریت‌های قبلی بازدید شده‌اند، انبار (دپویی) که پهلاد پس از آخرین مأموریت به آن برگشته است، و زمان تکمیل آخرین مأموریت. براساس وضعیت‌های اولیه، الگوریتم در هر مرحله یک گره تقاضا و یک انبار برای سرویس‌دهی و بازگشت مشخص می‌کند.

فرض کنید که $S_n = (j_{S_n}, i_{S_n}, CT_{S_n})$ نمایشی از وضعیت‌ها باشد که در آن j_{S_n} مجموعه‌ای از گره‌هایی است که قبلاً بازدید شده است، i_{S_n} انباری است که پهلاد در آخرین مأموریت خود به آن بازگشته است و CT_{S_n} زمان تکمیل آخرین مأموریت است. در این صورت، فرض کنید که تابع $TT(CT_{S_n}, i_{S_n}, j_d, i_d)$ برای محاسبه زمان تکمیل یک مأموریت باشد که براساس چهار ورودی زیر محاسبه می‌شود: زمان تکمیل مأموریت قبلی، انبار شروع، گرهی که بناست خدمت‌دهی شود و انبار مقصد. شبه‌کد ارائه شده در الگوریتم (۲) نشان می‌دهد که چگونه این تابع محاسبه می‌شود. با این مفروضات تابع بازگشتی برای اولین مرحله الگوریتم برنامه‌ریزی دینامیک با معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$f_1^{(j,i)} = \min_{i' \in I} (TT(0, i', j, i) - \pi_j - \eta) \quad (50)$$

برنامه حرکتی مربوطه است. نمادهای استفاده شده در مدل در جدول (۲) شرح داده شده‌اند.

$$\min C - \sum_{j,m} [\pi_j y_{jm}] - \eta \quad (32)$$

$$C \geq t_m \quad \forall m \quad (33)$$

$$\sum_{i,j} x_{ijm}^{out} \leq 1 \quad \forall m \quad (34)$$

$$\sum_{i,m} x_{ijm}^{out} \leq 1 \quad \forall j \quad (35)$$

$$\sum_j y_{jm} = \sum_l z_{ml} \quad \forall m \quad (36)$$

$$\sum_i x_{ijm}^{out} = y_{jm} \quad \forall j, m \quad (37)$$

$$\sum_i x_{ijm}^{in} = y_{jm} \quad \forall j, m \quad (38)$$

$$\sum_{j'} x_{ijm+1}^{out} \leq \sum_j x_{jim}^{in} \quad \forall m < |M|, i \quad (39)$$

$$s_m \geq \sum_i x_{ijm}^{out} dt_{ij}^l + \sum_i x_{jim}^{in} dt_{ji}^l - M * (2 - z_{ml} - y_{jm}) \quad \forall m, j, l \quad (40)$$

$$t_m \geq s_m \quad \forall m = 1 \quad (41)$$

$$t_m \geq t_{m-1} + s_m \quad \forall m > 1 \quad (42)$$

$$t_m \geq ts_l + s_m - (M + ts_l) * (2 - z_{ml} - y_{jm}) \quad \forall m, j, l \quad (43)$$

$$t_m \leq tf_l - M * (2 - z_{ml} - y_{jm}) \quad \forall m, j, l \quad (44)$$

$$s_m \leq T^{max} \quad \forall m \quad (45)$$

$$y_{jm}, z_{ml}, x_{ijm}^{in}, x_{ijm}^{out} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, m, l \quad (46)$$

$$s_m, t_m \geq 0 \quad \forall m \quad (47)$$

محدودیت (۳۳) زمان تکمیل برنامه را به زمان تکمیل آخرین مأموریت آن محدود می‌کند. معادله (۳۴) تضمین می‌کند که هر مأموریت فقط می‌تواند به یک گره تقاضا خدمت‌رسانی کند. محدودیت (۳۵) به یک گره توسط بیش از یک مأموریت با رابطه (۳۵) محدود شده است. معادله (۳۶) مأموریت‌ها را به دوره‌های زمانی اختصاص می‌دهد. انبارهای مبدأ و مقصد برای هر مأموریت توسط محدودیت‌های (۳۷) و (۳۸) تعیین می‌شوند. پیوستگی مسیر با محدودیت (۳۹) تضمین می‌شود یعنی این محدودیت تضمین می‌کند که پهلاد از انباری مأموریت فعلی خود را شروع کند که مأموریت قبلی خود را به آن ختم کرده است. معادله (۴۰) زمان انجام هر مأموریت را محاسبه می‌کند. روابط (۴۱) و (۴۲) زمان تکمیل مأموریت‌ها را محاسبه می‌کنند. محدودیت‌های (۴۳) و (۴۴) تضمین می‌کند که زمان شروع و زمان تکمیل هر مأموریت در یک دوره زمانی رخ می‌دهد. معادله (۴۵) تضمین می‌کند که زمان انجام هر مأموریت کمتر از حداکثر زمان مجاز پرواز باشد.

ستون اولیه اضافه می‌شود. پس از دستیابی به بهینگی در مسأله اصلی خطی‌سازی شده، مسأله اصلی با متغیرهای دودویی حل می‌شود و از این طریق یک جواب شدنی برای مسأله اصلی حاصل می‌شود. این جواب قابل قبول به عنوان یک حد بالای (UB) برای مسأله تحقیق است، در حالی که راه حل بهینه برای مسأله اصلی خطی‌سازی شده یک حد پایین (LB) برای مسأله تحقیق است؛ لذا کیفیت جواب قابل قبول و حداکثر فاصله آن با بهینگی را می‌توان با معادله زیر محاسبه کرد:

$$Gap = \frac{UB - LB}{UB} \times 100 \quad (۱)$$

و تابع بازگشتی برای مرحله n در حالی که $n > 1$ با معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$f_n^{(j,i)} = \min_{s \in S_{n-1}} \left(f_{n-1}^{(j_s, i_s)} - TT(CT_s, i_s, j, i) - \pi_j \right) \quad (۵۱)$$

در الگوریتم (۱)، شبه‌کد مربوط به الگوریتم برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است.

۴-۲-۳. اجرای الگوریتم تولید ستون و جواب شدنی مسأله اصلی

برای شروع الگوریتم تولید ستون، یک راه حل اولیه برای مسأله اصلی خطی‌سازی شده، نیاز است؛ بنابراین یک ستون غیرقابل قبول که در آن تمام گره‌ها در زمان تکمیل برابر با M بازدید می‌شوند، به عنوان

الگوریتم (۱). شبه‌کد الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

```

BestReducedCost ← INF
For m=1, 2, ..., M
  For j=1, 2, ..., J
    For i= 1, 2, ..., I
      D ← (j, i)
      For Each S in State[m]
        Reduced Cost ← INF
        Sb ← null
        Flag ← false
        If j is not in Js
          Calculate TT(CTs, is, j, i) as Travel Time
          If travel from is to j then to i is Feasible then
            If Q(CTs, is, j, s) is less than Reduced Cost then
              Reduced Cost ← F(S, D)
              Sb ← S
              Flag ← true
            End If
          If Reduced Cost is less than Best Reduced Cost, then
            Best Reduced Cost ← Reduced Cost
          End If
        End If
      End For
    End For
  End For
  if flag is true then
    S' ← (jsb + j, i, CTSb = TT, πSb + πj)
    Add S' to State[m+1]
  End If
End For
End For
Return (State, Best Reduced Cost)

```

الگوریتم (۲). شبه‌کد تابع محاسبه زمان سفر

```

Inputs: (t, i', j, i)
Output: Travel Time
Travel Time ← INF
Determine Period lt from t
If t + dti',jlt + dtj,ilt less than MT then
  Travel Time ← t + dti',jlt + dtj,ilt
  Return Travel Time
Else if
  For l = lt+1, ... L
    Travel Time ← tSl + dti',jl + dtj,il
    Return Travel Time
  End For
End If
# for times there is no feasible Solution
Return INF

```

۵. نتایج عددی

مشابه، به دلیل محدودیت‌های زمانی، با افزایش تعداد گره‌ها، الگوریتم تولد ستون پیشنهادی در برخی موارد قادر به حل کامل مسئله اصلی خطی‌سازی شده نمی‌باشد. ستون "تعداد نمونه‌های حل نشده" بیانگر این موارد می‌باشد. از آنجایی که فاصله با بهینگی برای الگوریتم پیشنهادی نمی‌تواند برای این موارد محاسبه شود، میانگین فاصله با بهینگی نمونه‌های حل شده گزارش شده است. لازم به ذکر است که برخلاف سیپلکس، الگوریتم پیشنهادی اگر چه نتوانسته به‌طور کامل متوقف شود ولی توانسته در تمام نمونه‌ها یک راه‌حل شدنی پیدا کند که بدیهی است به دلیل عدم توقف کامل الگوریتم و در دست نبودن حد پایین کیفیت این راه‌حل شدنی، قابل بررسی نمی‌باشد.

اگرچه فاصله با بهینگی سیپلکس حتی در مجموعه مسئله‌های نمونه کوچک بیش از ۶۰٪ است، اما ضعف این الگوریتم بیشتر در پیدا کردن یک حد پایین خوب است و کیفیت جواب‌های شدنی حاصل شده بهتر است. برای تحلیل کیفیت بهترین راه‌حل پیدا شده توسط سیپلکس، فاصله تا بهینگی آن نسبت به حد پایین الگوریتم تولید ستون پیشنهادی در جدول (۵) ارائه شده است. زمان حل و زمانی که یک راه‌حل با فاصله تا بهینگی کمتر از ۱۰٪ با استفاده از الگوریتم تولید ستون پیشنهادی به دست آید، در جدول (۶) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهند که به‌طور متوسط، پس از گذشت ۳۶٪ از زمان حل، الگوریتم پیشنهادی یک راه‌حل شدنی با شکاف بهینگی کمتر از ۱۰٪ پیدا می‌کند. جدول (۷) نتیجه مشابهی را برای تعداد کل تکرارها و تعداد تکرارهایی که برای رسیدن به یک راه‌حل با شکاف بهینگی کمتر از ۱۰٪ لازم است، نشان می‌دهد.

در ادامه، تأثیر پارامتر تعداد گره‌ها و انبارها بر زمان حل و فاصله با بهینگی بررسی شده است. توجه داشته باشید که تنها نمونه‌هایی که در آن‌ها مسئله اصلی آزادسازی شده به‌طور کامل حل شده، برای این ارزیابی استفاده شده‌اند. زمان حل به دو بخش تقسیم می‌شود: میانگین زمان محاسبات در هر تکرار و میانگین تعداد تکرارهایی که برای حل مسئله لازم است. شکل (۳) نشان می‌دهد که تعداد گره‌های تقاضا بیشترین تأثیر را بر زمان حل هر تکرار و تعداد تکرار مورد نیاز را دارد همچنین نشان می‌دهد که در تعداد ثابت گره‌های تقاضا، با افزایش تعداد انبارها، میانگین زمان محاسبه در هر تکرار و تعداد تکرارها نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر این شکل (۴) نشان می‌دهد که تعداد گره‌های تقاضا و تعداد انبارها تأثیری بر میانگین فاصله تا بهینگی (gap) ندارند.

به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم حل ارائه شده، در این بخش، الگوریتم تولید ستون پیشنهادی را با حلگر سیپلکس مقایسه کرده‌ایم. زمان مجاز برای حل هم برای الگوریتم تولید ستون و هم برای حلگر سیپلکس مطابق جدول (۳) در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است که این آزمایش‌های محاسباتی بر روی سیستمی متشکل از دو پردازنده Intel E5-2960 با فرکانس ۲.۶ گیگاهرتز و ۴۰ گیگابایت RAM انجام شده‌اند. الگوریتم‌ها همچنین در زبان Python نوشته شده‌اند و مدل‌های ریاضی بر روی نرم‌افزار Gams 24.1 پیاده‌سازی شده‌اند. تا جایی که ما می‌دانیم، هیچ مجموعه داده‌ای در ادبیات تحقیق وجود ندارد که با مسئله ما مطابقت داشته باشد، بنابراین نویسندگان مجموعه داده‌ای تصادفی تولید کرده‌اند که در آن سرعت باد، فاصله بین دو انبار و فاصله گره به انبار در دسته‌بندی‌های مختلف در نظر گرفته شده‌اند. منطق کلی در تولید نمونه‌ها این بوده که اولین انبار در محور مختصات قرار داده شود. سپس، دومین مرکز به صورت تصادفی در یک دایره با شعاع ۱۵ کیلومتر انتخاب می‌شود. اگر تعداد مراکز بیش از دو باشد، رابطه بین مرکز سوم و دوم مشابه رابطه بین مرکز اول و دوم در نظر گرفته می‌شود. این روش باعث می‌شود فاصله بین مراکز بیش از حد زیاد نشود و از پراکندگی بیش از حد آن‌ها جلوگیری شود. در مرحله بعد، برای تعیین گره‌های تقاضا، ابتدا هر تقاضا به یک مرکز تخصیص داده می‌شود، سپس موقعیت گره تقاضا در دایره‌ای به شعاع ۱۰ کیلومتر اطراف آن مرکز تعیین می‌شود. در نهایت، برای جلوگیری از ناشدنی بودن مسئله، گره‌هایی که فاصله‌شان از نزدیک‌ترین مرکز بیشتر از محدوده مجاز پرواز است، حذف می‌شوند. جدول (۳) تعداد گره‌ها، انبارها، پهناده‌ها، مأموریت‌ها و محدودیت زمان حل برای هر مجموعه مسئله را نشان می‌دهد.

گزارش فاصله با بهینگی برای الگوریتم تولید ستون پیشنهادی و سیپلکس به ازای هر مجموعه نمونه در جدول (۴) ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد گره‌ها، سیپلکس نه تنها قادر به حل کامل مسئله نیست حتی در دستیابی به یک راه‌حل شدنی نیز ناتوان است. ستون "تعداد نمونه‌هایی که جواب شدنی یافت نشده" بیانگر تعداد نمونه‌هایی است که سیپلکس قادر به پیدا کردن هیچ راه‌حل شدنی برای آن‌ها نبوده است. همان‌طور که در جدول (۴) نشان داده شده است، با افزایش تعداد گره‌ها، این عدد افزایش می‌یابد. به‌طور

جدول (۲). مشخصات مسائل نمونه تصادفی ایجاد شده

مجموعه مسائل	تعداد نقاط تقاضا	تعداد انبار	تعداد پهناد	تعداد مأموریت	تعداد نمونه	محدودیت زمان حل (ثانیه)
۱	۱۵	۲	۳	۵	۱۰	۵۰۰
۲	۱۵	۳	۴	۴	۱۰	۵۰۰
۳	۲۰	۲	۵	۴	۱۰	۱۰۰۰
۴	۲۰	۳	۵	۵	۱۰	۱۰۰۰
۵	۲۵	۲	۶	۵	۱۰	۱۵۰۰
۶	۲۵	۳	۵	۶	۱۰	۲۰۰۰
۷	۳۰	۲	۶	۶	۱۰	۲۰۰۰
۸	۳۰	۳	۶	۵	۱۰	۳۰۰۰
۹	۴۰	۲	۷	۷	۱۰	۳۰۰۰
۱۰	۴۰	۳	۷	۷	۱۰	۳۶۰۰
۱۱	۵۰	۲	۸	۷	۱۰	۳۶۰۰
۱۲	۵۰	۳	۸	۷	۱۰	۳۶۰۰

جدول (۳). گزارش مقایسه فاصله تا بهینگی جواب‌های حاصل شده از الگوریتم تولید ستون پیشنهادی و حلگر سیپلکس

مجموعه مسائل	الگوریتم تولید ستون پیشنهادی			سیپلکس		
	فاصله تا بهینگی (%)			تعداد نمونه‌هایی که جواب شدنی یافت نشده		
	بیشینه	کمینه	میانگین	بیشینه	کمینه	میانگین
۱	۰	۳/۵	۰.۱	۸.۳	۰	۸۶
۲	۰	۲/۲	۰/۳	۵/۱	۰	۹۰
۳	۰	۳/۳	۰	۸/۱	۰	۹۲
۴	۰	۱/۳	۰	۴/۹	۰	۹۸
۵	۰	۱/۳	۰	۶/۳	۰	۹۹
۶	۰	۳/۷	۰	۸	۲	۹۹
۷	۰	۱/۷	۰	۶/۵	۴	۱۰۰
۸	۰	۳/۶	۰	۹/۷	۱	۹۹
۹	۰	۲/۴	۰/۲	۴/۹	۱۰	NaN
۱۰	۲	۱/۹	۰/۹	۳/۲	۱۰	NaN
۱۱	۹	۴/۲	۴/۲	۴/۲	۱۰	NaN
۱۲	۱۰	NaN	NaN	NaN	۱۰	NaN

جدول (۴). فاصله تا بهینگی بهترین جواب حاصله از سیپلکس با حد پایین حاصل شده از الگوریتم تولید ستون پیشنهادی

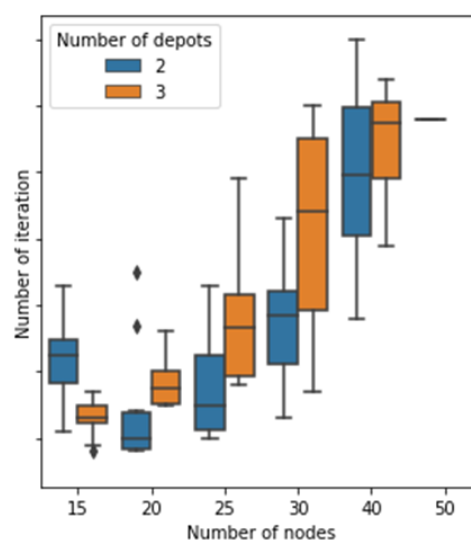
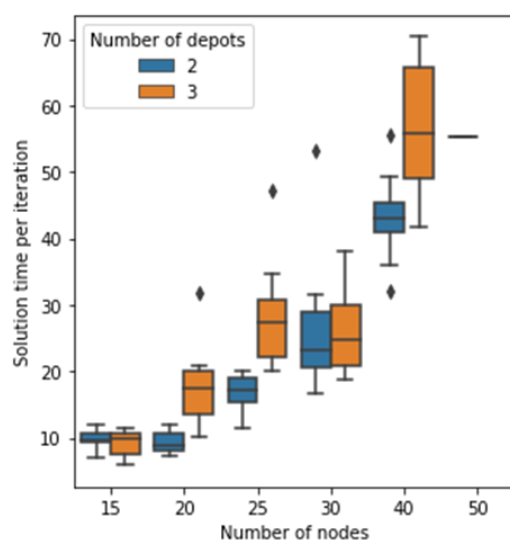
مجموعه مسائل	فاصله تا بهینگی (%)		
	بیشینه	کمینه	متوسط
۱	۲/۷	۰/۰	۰/۸
۲	۲/۷	۰/۰	۰/۳
۳	۰/۵	۰/۰	۰/۱
۴	۸/۸	۰/۰	۲/۰
۵	۹/۸	۰/۰	۲/۵
۶	۵۷/۸	۱/۵	۲۵/۵
۷	۶۵/۱	۷/۳	۲۶/۴
۸	۶۱/۶	۱۰/۷	۳۵/۶
۹	NaN	NaN	NaN
۱۰	NaN	NaN	NaN
۱۱	NaN	NaN	NaN
۱۲	NaN	NaN	NaN

جدول (۵). گزارش زمان حل و زمان تا رسیدن به یک راه‌حل شدنی با شکاف بهینگی کمتر از ۱۰٪

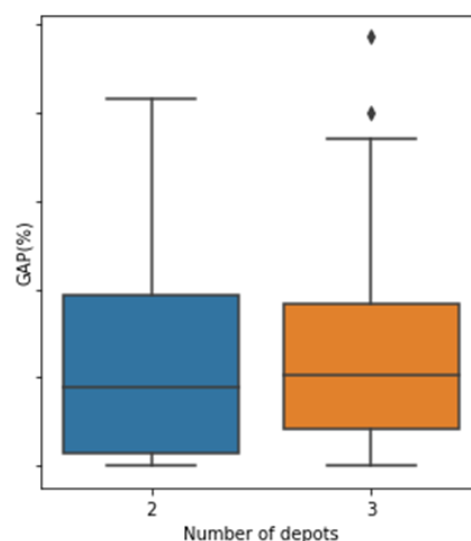
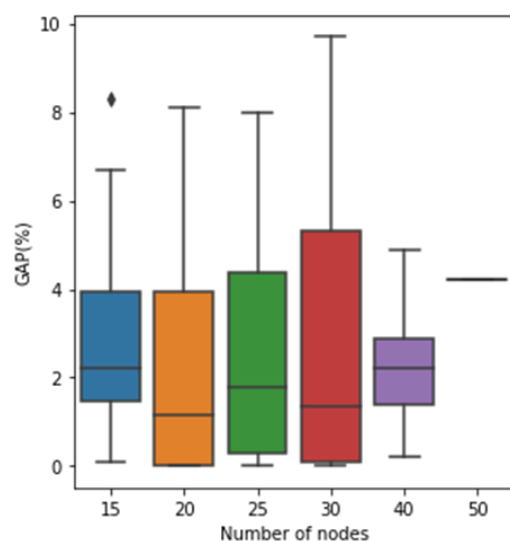
مجموعه مسائل	زمان حل			تعداد نمونه‌های حل شده		
	بیشینه	کمینه	متوسط	بیشینه	کمینه	متوسط
۱	۲۸۹/۹	۱۱۸/۶	۲۱۳/۳	۱۰	۲۴/۲	۹۶/۰
۲	۱۶۴/۷	۶۴/۶	۱۲۰/۶	۱۰	۳۲/۹	۵۰/۶
۳	۲۵۱/۹	۷۴/۴	۱۲۲/۸	۱۰	۴۰/۱	۶۱/۶
۴	۵۷۲/۲	۱۵۰/۸	۳۲۵/۴	۱۰	۶۰/۷	۱۱۳/۱
۵	۴۰۸/۴	۱۴۱/۲	۲۸۵/۹	۱۰	۶۶/۹	۱۰۰/۰
۶	۹۹۸/۱	۳۶۱/۶	۷۶۲/۴	۱۰	۷۸/۹	۲۳۱/۳
۷	۹۸۳/۸	۴۰۹/۷	۶۶۹/۰	۱۰	۱۰۹/۰	۱۷۶/۳
۸	۱۸۳۹/۲	۴۲۴/۷	۱۰۵۳/۸	۱۰	۱۴۸/۳	۴۶۱/۰
۹	۲۹۹۶/۷	۱۱۴۸/۴	۲۱۱۹/۲	۱۰	۱۹۶/۶	۳۶۸/۸
۱۰	۳۵۹۳/۵	۲۵۹۳/۴	۳۰۸۸/۴	۸	۳۱۴/۰	۶۲۹/۱
۱۱	۳۶۰۳/۹	۳۲۰۹/۰	۳۵۳۱/۹	۱	۳۶۷/۶	۳۶۷/۶
۱۲	۳۵۸۶/۰	۳۵۰۰/۳	۳۵۴۵/۴	۰	NaN	NaN

جدول (۶). گزارش کل تعداد تکرارها و تعداد تکرار موردنیاز تا رسیدن به یک راه‌حل شدنی با شکاف بهیجگی کمتر از ۱۰٪.

مجموعه مسائل	تعداد نمونه‌های حل شده	تعداد تکرار			تعداد تکرار موردنیاز برای رسیدن به جوابی بافاصله تا بهیجگی کمتر از ۱۰٪		
		متوسط	کمینه	بیشینه	متوسط	کمینه	بیشینه
۱	۱۰	۲۲/۳	۱۱	۳۳	۱۰/۱	۳	۲۱
۲	۱۰	۱۳/۱	۸	۱۷	۵/۷	۳	۱۰
۳	۱۰	۱۴/۲	۸	۳۵	۶/۸	۴	۱۷
۴	۱۰	۱۸/۳	۱۵	۲۶	۶/۹	۴	۱۳
۵	۱۰	۱۷/۷	۱۰	۳۳	۶/۱	۴	۱۱
۶	۱۰	۲۸/۵	۱۸	۴۹	۸/۸	۴	۱۸
۷	۱۰	۲۷/۲	۱۳	۴۳	۶/۹	۵	۹
۸	۱۰	۴۱/۳	۱۷	۶۰	۱۷/۴	۷	۴۵
۹	۱۰	۴۹/۸	۲۸	۷۰	۹/۳	۵	۲۱
۱۰	۸	۵۴	۳۹	۶۴	۱۲	۶	۲۰
۱۱	۱	۵۸	۵۸	۵۸	۷	۷	۷
۱۲	۰	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN



شکل (۳). تأثیر تعداد گره‌ها تقاضا و انبارها بر زمان حل یک تکرار و تعداد تکرارهای موردنیاز برای حل



شکل (۴). تأثیر تعداد گره‌ها تقاضا و تعداد انبارها بر فاصله تا بهیجگی (Gap)

۶. نتیجه گیری

در این مقاله، ابتدا یک مدل ریاضی چندانباره و چنددوره‌ای برای مسئله تحویل با پهپاد، با در نظر گرفتن سرعت باد، توسعه داده شد. سپس برای بهبود زمان محاسبات، مسئله تحقیق به صورت یک مسئله اصلی و یک زیرمسئله قیمت‌گذاری بازنویسی شد تا بتوان از الگوریتم تولید ستون برای حل آن استفاده شود. همچنین یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای حل زیرمسئله قیمت‌گذاری پیشنهاد شد تا زمان محاسبات کاهش یابد. در نهایت، برای اعتبارسنجی عملکرد روش پیشنهادی، ۱۲۰ نمونه تصادفی در ۱۲ مجموعه مسئله مختلف تولید شدند. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی نتایج آن با نتایج حاصل شده از حل گر سیپلکس مقایسه شد. برخلاف سیپلکس که قادر به ارائه راه‌حلی با شکاف کمتر از ۶۰٪ نبود، الگوریتم تولید ستون پیشنهادی توانست در همه نمونه‌ها به راه‌حلی با شکاف کمتر از ۱۰٪ دست یابد. علاوه بر این، با افزایش تعداد گره‌های تقاضا، سیپلکس نتوانست هیچ راه‌حل شدنی پیدا کند، در حالی که الگوریتم پیشنهادی قادر بود در همه نمونه‌ها به یک راه‌حل شدنی دست یابد. این مطالعه رویکرد جدیدی برای در نظر گرفتن تأثیر باد بر مسئله تحویل با پهپاد معرفی کرده است. با این حال، فرصت‌های زیادی برای تحقیقات بیشتر در زمینه مدل‌سازی شرایط جوی وجود دارد. برخی از مسائل قابل بررسی در تحقیقات آینده عبارتند از:

- بررسی نقش کامیون‌ها در کنار پهپادها در شرایط بد جوی (مانند برف و باران).
- در نظر گرفتن پهپادهایی با پیکربندی‌های متفاوت.
- تحلیل موقعیت انبارها همراه با مسئله مسیریابی با در نظر گرفتن الگوهای منظم باد.
- طراحی شبکه‌ای از کامیون‌ها و پهپادها که در شرایط بد جوی (مانند برف و باران) سیستم توزیع کارآمدی داشته باشد.

مراجع

- [1] Coppola, D. J. S. R. F., (2022). Annual retail e-commerce sales growth worldwide from 2017 to 2025, 22, 2022. <https://www.statista.com/statistics/534123/e-commerce-share-of-retail-sales-worldwide/>
- [۲] حضرتی، ا.، مصلحی، ق.، رئیس نافیجی، م.، (۲۰۲۱). مسئله یکپارچه‌ی دریافت، تحویل و بازگشت وسایل نقلیه با محدودیت‌های بارگذاری سه‌بعدی و پنجره‌ی زمانی نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۸، ۳۳۱-۳۴۵. [10.22084/ier.2021.3926](https://doi.org/10.22084/ier.2021.3926)
- [3] Boysen, N., Fedtke, S., Schwerdfeger, S. J. O. S., (2021). Last-mile delivery concepts: a survey from an operational research perspective, 43, 1-58.
- [۴] نوروزی، ن.، صادق عمل نیک، م.، توکلی مقدم، ر.، (۲۰۱۷). کاهش انرژی مصرفی و زمان سفر در مساله مسیریابی وسائط نقلیه با در نظر گرفتن سرعت‌های سفر وابسته به زمان توسط الگوریتم رقابت استعماری J% نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۴، ۲۱۳-۲۱۹. [10.22084/ier.2021.3926](https://doi.org/10.22084/ier.2021.3926)
- [5] Dablanc, L., Diziain, D., Levifve, H. J. E. t. r. r., (2011). Urban freight consultations in the Paris region, 3, 47-57. <https://doi.org/10.1007/s12544-011-0049-2>
- [6] Jiang, L., Mahmassani, H. S. J. T. R. R., (2014). City logistics: Freight distribution management with time-dependent travel times and disruptive events, 2410, 85-95. <https://doi.org/10.3141/2410-10>
- [7] Fan, W., Xu, H., Xu, X. J. C.-T. i. j. f. c., electrical, m. i., engineering, e., (2009). Simulation on vehicle routing problems in logistics distribution, 28, 1516-1531. [10.1016/j.trpro.2014.10.026](https://doi.org/10.1016/j.trpro.2014.10.026)
- [8] Murray, C. C., Chu, A. G., (2015). The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 54, 86-109. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.03.005>
- [9] Macrina, G., Di Puglia Pugliese, L., Guerriero, F., Laporte, G., (2020). Drone-aided routing: A literature review, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 120. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.102762>
- [10] Salama, M., Srinivas, S. J. T. R. P. C. E. T., (2020). Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 114, 620-642. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.01.019>
- [11] Moshref-Javadi, M., Lee, S., Winkenbach, M. J. T. R. P. E. L., Review, T., (2020). Design and evaluation of a multi-trip delivery model with truck and drones, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 136, 101887. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.101887>
- [12] Lei, D., Chen, X., (2022/09/01/ 2022). An improved variable neighborhood search for parallel drone scheduling traveling salesman problem, *Applied Soft Computing*, 127, 109416. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109416>
- [13] Chang, Y. S., Lee, H. J., (2018/08/15/ 2018). Optimal delivery routing with wider drone-delivery areas along a shorter truck-route, *Expert Systems with Applications*, 104, 307-317. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.03.032>
- [14] Dorling, K., Heinrichs, J., Messier, G. G., Magierowski, S., (2017). Vehicle Routing Problems for Drone Delivery, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47, 70-85. [10.1109/TSMC.2016.2582745](https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2582745)
- [15] Cheng, C., Adulyasak, Y., Rousseau, L.-M., (2020). Drone routing with energy function: Formulation and exact algorithm, *Transportation Research Part B: Methodological*, 139, 364-387. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2020.06.011>
- [16] Rabta, B., Wankmüller, C., Reiner, G., (2018). A drone fleet model for last-mile distribution in disaster relief operations, *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 28, 107-112. <https://doi.org/10.1016/j.ijdrr.2018.02.020>
- [17] Chowdhury, S., Shahvari, O., Marufuzzaman, M., Li, X., Bian, L., (2021). Drone routing and optimization for post-disaster inspection, *Computers & Industrial Engineering*, 159. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107495>
- [18] Liu, Y., (2019). An optimization-driven dynamic vehicle routing algorithm for on-demand meal delivery using drones, *Computers & Operations Research*, 111, 1-20. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.05.024>
- [19] Sajid, M., Mittal, H., Pare, S., Prasad, M., (2022/09/01/ 2022). Routing and scheduling optimization for UAV assisted delivery system: A hybrid approach, *Applied Soft Computing*, 126, 109225. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109225>
- [20] Liu, C., Chen, H., Li, X., Liu, Z., (2021/04/01/ 2021). A

- package drone deliveries considering battery capacity," in *Proceedings of the 96th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC, USA*, 2017, pp. 8-12.
<https://trid.trb.org/View/1439294>
- [28] Dhein, G., Zanetti, M. S., de Araújo, O. C. B., Cardoso Jr, G., (2019). Minimizing dispersion in multiple drone routing, *Computers & Operations Research*, 109, 28-42.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.04.022>
- [29] Shen, Y., Xu, X., Zou, B., Wang, H., (2020). Operating policies in multi-warehouse drone delivery systems, *International Journal of Production Research*, 59, 2140-2156.
<https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1756509>
- [30] Nishira, M., Ito, S., Nishikawa, H., Kong, X., Tomiyama, H., (2023). An Integer Programming Based Approach to Delivery Drone Routing under Load-Dependent Flight Speed, *Drones*, 7.
<https://doi.org/10.3390/drones7050320>
- [31] Radzki, G., Nielsen, I., Golińska-Dawson, P., Bocewicz, G., Banaszak, Z., (2021). Reactive UAV Fleet's Mission Planning in Highly Dynamic and Unpredictable Environments, *Sustainability*, 13, 5228.
<https://doi.org/10.3390/su13095228>
- [32] Radzki, G., Bocewicz, G., Wikarek, J., Nielsen, P., Banaszak, Z., "Multi Depot UAVs Routing Subject to Changing Weather and Time Windows Variation," in *Conference on Automation*, 2022, pp. 64-74: Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-031-03502-9_7
- scheduling decision support model for minimizing the number of drones with dynamic package arrivals and personalized deadlines, *Expert Systems with Applications*, 167, 114157.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.114157>
- [21] Boysen, N., Briskorn, D., Fedtke, S., Schwerdfeger, S. J. N., (2018). Drone delivery from trucks: Drone scheduling for given truck routes, *Networks*, 72, 506-527.
<https://doi.org/10.1002/net.21847>
- [22] Karak, A., Abdelghany, K., (2019). The hybrid vehicle-drone routing problem for pick-up and delivery services, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 102, 427-449.
<https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.03.021>
- [23] Poikonen, S., Golden, B. J. I. J. o. C., (2020). The mothership and drone routing problem, *INFORMS Journal on Computing*, 32, 249-262.
<https://doi.org/10.1287/ijoc.2018.0879>
- [24] Poikonen, S., Golden, B. J. C., Research, O., (2020). Multi-visit drone routing problem, *Computers & Operations Research*, 113, 104802.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104802>
- [25] Coelho, B. N. et al., (2017). A multi-objective green UAV routing problem, *Computers & Operations Research*, 88, 306-315.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.04.011>
- [26] Cokyasar, T. J. P. C. S., (2021). Delivery drone route planning over a battery swapping network, 184, 10-16.
<https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.03.013>
- [27] Choi, Y., Schonfeld, P. M., "Optimization of multi-



A Mathematical Model and Novel Solution Approach Using Column Generation for Optimizing Automated Delivery Systems with Considering Wind Effect

Mohammad Ahmadi¹, Seyed Hesamedin Zegordi^{*2}, Ali Kashan³

¹ Ph.D. Candidate, Faculty of Industrial and Systems Engineering, Department of Industrial Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

² Professor, Faculty of Industrial and Systems Engineering, Department of Industrial Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

³ Associate Professor, Faculty of Industrial and Systems Engineering, Department of Socio-economic Systems, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 17 - 1 - 2025

Revised: 23 - 2 - 2025

Accepted: 5 - 3 - 2025

Keywords:

Vehicle Routing Problem
Automated Delivery System
Column Generation
Dynamic Programing
Wind Effect

ABSTRACT

Efficient and rapid delivery of goods in last-mile logistics represents a key challenge for e-commerce companies. With advancements in automated delivery system technologies, these systems have emerged as a promising solution to address the challenges of traditional last-mile logistics. Given the environmental and social challenges in this domain, integrating sustainability into logistics planning has evolved from being a discretionary choice to an essential requirement. Automated delivery systems are identified as a potential means to reduce greenhouse gas emissions and improve the sustainability of last-mile logistics. In this study, we propose a mathematical model for a multi-depot, multi-period delivery problem involving automated delivery systems. The model considers the multi-period nature of operations, aiming to optimize the routing of automated delivery vehicles from multiple depots over a one-day or shift-based planning horizon, while accounting for the wind effect. To enhance computational efficiency, the problem is reformulated into a master problem and a pricing subproblem, enabling the use of the column generation algorithm. Subsequently, a dynamic programming algorithm is proposed to reduce the computational time of the pricing subproblem. To evaluate the performance of the proposed algorithm, 120 random instances were generated across 12 different problem sets. A comparison between the proposed method and the CPLEX solver was conducted to assess the efficiency of the proposed approach. The results indicate that the proposed algorithm achieves solutions with an optimality gap of less than 10%, whereas the CPLEX solver fails to deliver solutions with a gap smaller than 60%.

* Corresponding author. S. H. Zegordi

Tel.: 021-82883394; E-mail address: zegordi@modares.ac.ir