

## توسعه الگوریتم موازنه به‌هنگام بار در سیستم‌های کارگاهی (مطالعه‌ی کمی)<sup>۵</sup>

نیما رحمانی<sup>۱</sup>، علیرضا ایرج‌پور<sup>۲\*</sup>، ناصر حمیدی<sup>۳</sup>، اکبر عالم‌تبریز<sup>۴</sup>، رضا احتشام‌رایی<sup>۵</sup>

۱. دانشجوی دکتری تخصصی گروه مدیریت صنعتی، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران
۲. استادیار گروه مدیریت صنعتی، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران
۳. دانشیار گروه مدیریت صنعتی، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران
۴. استاد گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
۵. استادیار گروه مدیریت صنعتی، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

### خلاصه

متوازن بودن خط تولید به‌لحاظ زمان‌بندی و توزیع بار بر روی ماشین‌ها می‌تواند سبب ارتقاء شاخص‌های حائز اهمیت تحویل و تولید به‌موقع گردد که رضایت مشتری و مزیت رقابتی را برای تولید ایجاد می‌کند. توازن خط تولید موجب کاهش هزینه‌های ظرفیت ازدست رفته و نامتوازن بودن در خطوط می‌گردد. الگوریتم رابین‌هود از روش‌های بالانس تولید است که مهم‌ترین مزیت آن برنامه‌ریزی آنلاین تولید و توزیع متناسب بار بر روی ماشین‌ها می‌باشد؛ اما وقتی تعداد سفارشات کار زیاد است؛ این روش پاسخ‌گو نیست. در این مقاله، تمرکز بر بهینه‌سازی و توسعه مدل ریاضی الگوریتم رابین‌هود است؛ به‌طوری‌که این مدل بتواند برنامه‌ریزی تعداد زیاد سفارشات کار را انجام دهد. توسعه مدل با دو هدف: کمینه کردن بیشینه‌ی بار روی سیستم تولید، و کمینه کردن زمان اتمام سفارش‌ها بر روی ماشین‌ها صورت می‌پذیرد. مسأله‌ی بالانس تولید جزو مسائل NP-hard می‌باشد و با توجه به این‌که برای این‌گونه از مسائل راه‌حل سریع و قابل انجام در زمان معقول پیدا نشده است؛ برای یافتن جواب‌های نزدیک به بهینه‌ی مدل ریاضی چندهدفه ارائه شده، از الگوریتم NSGA-II استفاده گردیده است. نتایج حاصل از توسعه مدل ریاضی در الگوریتم رابین‌هود نشان می‌دهد که بالانس خط تولید در تعداد سفارشات زیاد و تغییرات لحظه‌ای در برنامه تولید، با استفاده از این روش می‌تواند برنامه‌ریزی تولید را ارتقاء دهد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۸/۳/۸

پذیرش ۱۳۹۸/۷/۱۱

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

بالانس به‌هنگام خط تولید

الگوریتم رابین‌هود

مدل‌سازی ریاضی

الگوریتم ژنتیک نامغلوب مرتب

شده

### ۱. مقدمه

خطوط تولید نقش اساسی در افزایش بهره‌وری و تسریع تولید، کاهش هزینه‌های عملیاتی در هر واحد محصول و بهبود عملکرد دارد [۳]. سیستم‌های تولیدی صرف‌نظر از اندازه‌ی آن‌ها باید قادر باشند در محیط‌های پویا با منابع کمیاب به فعالیت خود به‌خوبی ادامه دهند و مدیران می‌بایست منابع و تسهیلات تولید را به فعالیت‌های مختلف و موازی در یک بازه‌ی زمانی معین به‌نحوی اختصاص دهند که محدودیت‌ها و اولویت‌ها را در نظر گرفته تا کمترین هزینه‌ی عملیاتی برای سازمان ایجاد شود. در بسیاری از موارد با مشاهده کار یک فرایند می‌توان دید که تعدادی از ماشین‌آلات، مشغول کار نیستند ولی تعداد

خط تولید در سیستم‌های کارگاهی برای تولید محصولات در مقیاس‌های بزرگ و کوچک مورد استفاده قرار می‌گیرد. در شرایط رقابتی سیستم‌های تولید به‌دنبال استفاده از طرح‌های کارآمد و برنامه‌ریزی مناسب می‌باشند [۱]. انعطاف‌پذیری از شیوه‌های مدرن و مؤثر در سیستم‌های تولیدی سفارش‌محور و مدیریت مناسب هزینه‌هاست. خط تولید باید طوری برنامه‌ریزی شود که بتواند هر یک از سطوح مختلف استراتژی‌های تولید را پاسخ‌گو باشد [۲]. مدیریت

\* نویسنده مسئول: علیرضا ایرج‌پور

تلفن: ۰۲۸-۳۳۶۶۵۲۷۵؛ پست الکترونیکی: [airajpour@yahoo.com](mailto:airajpour@yahoo.com)

جدول (۱): مهم‌ترین تکنیک‌های حل مسأله‌ی بالانس خط تولید [۱۲]

ردیف	تکنیک‌های حل مسأله‌ی خط تولید	ارائه‌دهندگان
۱	تکنیک اولویت‌بندی براساس وزن موقعیتی و کومسوال تکنیک	آرکوس، ۱۹۶۶
۲	تکنیک MALB	دارال، ۱۹۷۳
۳	تکنیک موست	دارال، روبینویچ، ف ۱۹۷۹
۴	روش LBHA	بای بارس، ۱۹۸۳
۵	روش متاهیورستیک الگوریتم ژنتیک	فالکه نویر، دلچمبر، ۱۹۹۲
۶	روش Tabu Search	پترسون، ۱۹۹۳
۷	بالانس آنلاین بار	دل اهمو، ۲۰۰۶
۸	روش چندهدفه‌ی ژنتیک برای حل مسأله‌ی خط تولید U شکل	هوانگ، همکاران، ۲۰۰۸
۹	روش بهینه‌سازی کلونی مورچگان	سابونکوخلو، همکاران، ۲۰۰۹
۱۰	روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات	ژیان شاه، همکاران، ۲۰۰۹
۱۱	روش ترکیبی الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ممتیک	توکلی مقدم و همکاران، ۲۰۱۲
۱۲	روش مسیر بحرانی	آوبکال و همکاران، ۲۰۱۳
۱۳	روش ترکیبی جست‌وجوی همسایگی و الگوریتم ژنتیک	کلاچی، پولات و گوگتا، ۲۰۱۶
۱۴	مدل ترکیبی الگوریتم ژنتیک و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید	دونگ، ژانگ و ژیا، ۲۰۱۸
۱۵	روش ترکیبی الگوریتم رممبر و الگوریتم شاخه و کران	لی و همکاران، ۲۰۱۸

با توجه به موارد آورده شده در فوق، پرداختن به مسأله‌ی بالانس خط تولید با در نظر گرفتن تمامی مؤلفه‌های تأثیرگذار که به صورت آنلاین قابلیت پاسخ‌گویی به هر تغییر احتمالی را داشته باشد، حائز اهمیت است. با توجه به محدودیت‌هایی که الگوریتم‌های بالانس خط تولید دارند و نادیده گرفتن بار سفارش کار در ماشین‌آلات از الگوریتم رابین‌هود توسعه‌یافته که به صورت آنلاین بالانس بار را در تولید انجام می‌دهد، استفاده می‌گردد [۱۴]. بدون برنامه‌ریزی مناسب و تخصیص منابع صف‌های بزرگی در هر پردازش و عملیات ایجاد می‌شود که این مهم باعث اختلال در تعادل سیستم و وجود کار زیاد بر روی برخی از ماشین‌آلات و بیکاری برخی دیگر می‌شود که این معضل نشأت گرفته از عدم تعادل بار بر روی خطوط تولید است، برای حل این معضل در سیستم‌های تولیدی الگوریتم‌هایی تحت‌عنوان موازنه به‌هنگام بار ارائه شده است که حجم و وزن سفارش کارها را میان ماشین‌آلات به‌طور متوازن توزیع می‌کند. کارمیا و دل اهمو مدل‌های موازنه به‌هنگام بار در چارچوب الگوریتم‌های حریصانه، حریصانه پیشرفته، رابین‌هود و رابین‌هود توسعه‌یافته معرفی کردند که کارترین روش موازنه به‌هنگام بار را کارمیا و دل اهمو مدل رابین‌هود توسعه‌یافته عنوان نمودند.

دیگری از تجهیزات، یکسره مشغول به کار بوده و در جلوی آن‌ها مقدار زیادی از قطعات، آماده‌ی بسته شدن روی ماشین هستند و حجم قابل توجهی از کار انجام نشده، در کنار ماشین‌ها انباشته گردیده است. وجود زمان‌های بیکاری و یا وجود کار بیش از حد، تأخیر در تحویل به موقع سفارشات، یعنی توازن و تعادل در فرایند تولید وجود ندارد؛ این‌ها از جمله عواملی هستند که مشکلاتی را برای مدیریت سیستم ایجاد می‌کند. برای رفع این معضلات مدیر ناچار به ارائه راه‌کارهایی جهت بهبود وضع موجود است. یک فعالیت کوچک‌ترین بخش کاری می‌باشد که قابل تقسیم به اجزا کوچک‌تر نمی‌باشد و یک ایستگاه قسمتی از خط تولید است که تعدادی از فعالیت‌ها در آن انجام می‌شود [۴]. یکی از روش‌های افزایش کارایی و بهره‌وری یک خط تولید، بالانس خط تولید است [۵]. متوازن بودن خط تولید به لحاظ زمان‌بندی تولید و توزیع بار بر روی ماشین‌ها می‌تواند سبب ارتقاء دو شاخص حائز اهمیت تحویل به موقع و تولید به موقع گردد که رضایت مشتری و مزیت رقابتی را برای تولید ایجاد می‌کند و کاهش هزینه‌های ناشی از ظرفیت ازدست‌رفته و رکود محصولات نیمه‌ساخته در خطوط تولید را در پی دارد [۶-۸]. بیشتر تحقیقات انجام‌شده بر روی مسأله‌ی بالانس خط تولید به دو دسته تقسیم شده‌اند: در مسأله‌ی نوع اول، سیکل زمانی خط مونتاژ به عنوان ورودی مسأله مشخص است و هدف کاهش تعداد ایستگاه‌های کاری است. در مسأله‌ی نوع دوم، تعداد ایستگاه‌های مونتاژ به عنوان ورودی مسأله معین است و تابع هدف کمینه‌سازی زمان سیکل کاری است [۹].

به منظور حل مسائل بالانس خط تولید از روش‌های دقیق، ابتکاری و فراابتکاری استفاده شده است. برخی از روش‌های دقیق شامل برنامه‌نویسی پویا و شاخه و کران و روش‌های ریاضی است [۱۰، ۱۱]. مهم‌ترین تکنیک‌های حل مسأله‌ی بالانس خط تولید در جدول (۱) ارائه شده است:

بین سال‌های ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۴ م. بر روی الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی بالانس خط تولید پژوهش‌های مختلفی مانند ترکیب الگوریتم‌های ژنتیک با کلونی مورچگان، الگوریتم ازدحام ذرات صورت گرفته است و هم‌چنین نسل‌های جدید الگوریتم ژنتیک در حل مسائل با اهداف متعدد ارائه گردیده است [۱۳]. همه‌ی این الگوها به معیار وزن و بار توزیع شده‌ی روی ماشین‌آلات توجه ندارند و در عالم واقع پیاده‌سازی آن‌ها به علت پیچیدگی در سیستم‌های تولید که دارای خطوط اتوماتیک و نیمه‌اتوماتیک هستند، به سادگی مقدور نمی‌باشد [۱۴].

با بررسی مقالات ارائه شده از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۶ م. در خصوص مشکلات بالانس خط تولید می‌توان عنوان داشت که مسأله‌ی بالانس خط تولید می‌تواند به لحاظ پیچیدگی، با توجه به زمان چرخه‌ی تولید، تعداد ایستگاه‌های کاری، نحوه تخصیص سفارش کارها و وجود محدودیت زمان، جزو دسته‌ی مسائل خیلی سخت قرار گیرد، برای این‌گونه از مسائل راه حل سریع و قابل انجام در زمان معقول پیدا نشده است [۱۵].

لازم است که تحلیل کار و زمان به‌نحوی شایسته صورت پذیرفته باشد. وجود استانداردهای زمانی کار، این امکان را فراهم می‌سازد که قابلیت تحویل به‌موقع و مسأله‌ی بالانس تولید محاسبه و در جهت بهبود فرایند اقدامات لازم صورت پذیرد. کنترل و زمان‌بندی تولید، یک فرایند بهینه‌سازی است که به تحقق چند هدف و معیار کلیدی عملکرد به‌شرح زیر اشاره دارد:

- به حداقل رساندن زمان تکمیل آخرین کار.
- به حداقل رساندن تعداد کارهای تکمیل شده‌ی بعد از زمان تعهد شده طبق قرارداد.
- بازده تولید که به‌عنوان تعداد سفارشات ساخت و تولید به اتمام رسیده در واحد زمان تعریف می‌شود.
- فهرست موجودی‌های پای کار به‌عنوان تعداد سفارشات تعریف شده که هنوز به اتمام نرسیده است.
- میانگین زمان اتمام سفارش به‌عنوان زمان پایان سفارش از زمان شروع سفارش کار در خط تولید تعریف می‌شود.
- میانگین تأخیر سفارش کار که تفاوت میان زمان پایان سفارش کار و تاریخ تحویل سفارش می‌باشد.
- حداقل نمودن هزینه کل فعالیت‌ها [۲۱].

## ۲-۲. کنترل آنلاین (برخط) عملیات ساخت و تولید

هنگامی که تولید به‌صورت متداول انجام شود و همه‌چیز برطبق برنامه باشد، کنترل تولید یک فرایند ثابت و معین خواهد بود، ولی چالش اصلی ازجایی آغاز می‌گردد که تولید از برنامه عقب بیفتد و برنامه‌های جبرانی و تجدیدنظر وارد کار گردند؛ در این زمان است که وجود یک راه‌کار کنترل تولید، برای جلوگیری از اتفاقات پیش‌بینی نشده بیش از پیش اهمیت پیدا می‌کند [۱۵]. دیسپاچینگ، یعنی هماهنگ کردن تولید و مصرف؛ دیسپاچینگ درواقع فرایندی است که عمل هماهنگی و تنظیم منابع و خطوط انتقال مواد و ایستگاه‌های کاری توسط مرکز کنترل تولید انجام می‌دهد [۲۲]. از آنجاکه برنامه‌ریزی تولید در یک سیستم تولیدی، تا حد بسیار بالایی به شرایط تجهیزات وابسته است، اختلال آن‌ها ممکن است فرایند تولید را مختل کرده و باعث تأخیر در زمان‌بندی‌ها شود [۲۳]؛ از این‌رو، ایجاد بار متوازن برروی ماشین‌ها بسیار مهم است. در برنامه‌ریزی تولید یک اصطلاح جدید در مقابل مفهوم سنتی دیسپاچینگ، کنترل آنلاین عملیات ساخت و تولید است که اشاره به آن بخش از کنترل تولید دارد که باید تصمیمات فوری را اتخاذ نماید. کنترل آنلاین تولید فعالیت‌های مدیریتی در این خصوص را پوشش می‌دهد؛ در کنترل آنلاین تولید باید فعالیت مازول‌های مختلف تولید را رصد کرد، اطلاعات لازم را جمع‌آوری نمود و به سرعت دستور تنظیم پارامترهای مؤثر در تولید در زمینه‌های مختلف را داد. در زمان‌بندی برخط کارها، در لحظه ممکن است سفارشات جدید و یا دوباره‌کاری‌ها لازم باشد وارد سیستم شوند و برنامه‌ریز بدون هیچ‌گونه دانش قبلی باید این کارها را زمان‌بندی کند. نبود دانش کافی برای کارهایی که در آینده وارد خواهند شد، به‌طورکلی مانع دستیابی به یک زمان‌بندی بهینه می‌شود؛ به‌همین دلیل، برخی تحقیقات در این

ایرادی که به روش رابین‌هود وارد است، این‌ست که وقتی در مسأله‌ی بالانس خط تولید با تعداد سفارشات بالا و محدودیت تعداد ایستگاه‌های کاری و زمان مواجه شویم، این الگوریتم بسیار کند عمل می‌کند و نمی‌تواند پاسخ‌گو باشد؛ از این‌رو، این پژوهش به دو مسأله‌ی خط تولید، یعنی کاهش زمان دوره‌ی تولید و ایجاد تعادل بار حاصل از سفارشات در سیستم تولید می‌پردازد و به‌دنبال ارائه یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه از طریق توسعه ریاضی و روش حل برمبنای الگوریتم رابین‌هود می‌باشد؛ بنابراین این مقاله به‌دنبال پاسخ‌گویی به این سوال است که مدل ریاضی موازنه بهینه‌ی بار کدام است؟ تا بتواند از طریق رویکرد ارائه شده اعطاف‌پذیری بالانس آنلاین بار خط تولید را در سفارشات کار با تعداد بالا که هر سفارش زمان چرخه‌ی تولید متفاوتی دارند را افزایش دهد. این مقاله در بخش دوم خود به بررسی مبانی نظری و پیشینه‌ی ارائه شده، می‌پردازد؛ در بخش سوم به توسعه مدل ریاضی الگوریتم رابین‌هود و ارائه نسل سوم این الگوریتم می‌پردازد؛ در بخش چهارم روش حل و نتایج محاسباتی ارائه می‌گردد؛ و در بخش پنجم به بحث و بررسی نتایج حاصل و بیان پیشنهادها آتی پرداخته می‌شود.

## ۲. مبانی نظری و پیشینه

### ۲-۱. پیشینه‌ی پژوهش

مطالعات گذشته پیرامون روش‌های موازنه‌ی بار آنلاین در خط تولید با تشریح الگوریتم‌های حریمانه و رابین‌هود توسط کارمیا و دل امو در سال ۲۰۰۶ شکل کامل‌تری گرفت [۱۴]. در سال ۲۰۰۷ کرسنزی و همکارانش در مقاله خود رویکرد جدیدی را برای حل مسأله‌ی موازنه‌ی آنلاین بار از طریق اعمال محدودیت وزنی سفارشات کار در الگوریتم حریمانه ارائه کردند [۱۶]. در سال ۲۰۱۱ لی یینگ هو و همکارش برای موازنه‌ی آنلاین بار از برنامه‌ریزی سلسله‌مراتبی در خط تولید، شامل ماشین‌هایی که چیدمانشان موازی است، بهره بردند. در روش ارائه شده آن‌ها هدف کمینه‌ی کردن زمان اتمام عملیات برروی ماشین‌ها می‌باشد [۱۷]. لو و ژو در سال ۲۰۱۵ هدف مقاله خود را به حداکثر رساندن حداقل بار روی ماشین‌ها عنوان داشتند، آن‌ها برای حل مسأله‌ی الگوریتم ابتکاری بهینه‌ای را ارائه دادند که به‌صورت نیمه‌آنلاین، بار روی ماشین‌ها را حداقل می‌سازد [۱۸]. رحمانی و نجفی در مقاله‌ای با استفاده از تلفیق روش‌های رابین‌هود و جانسون در سال ۲۰۲۰ موازنه بار را به‌صورت آنلاین در یک سیستم کارگاهی انجام دادند [۱۹]. براساس پژوهش‌های گذشته و هدف مطالعه‌ی حاضر جهت کنترل تولید، نیاز به اطلاعات کارگران، ماشین‌آلات و سفارشات در لحظه می‌باشد که به این منظور، باید داده‌های هر یک از این مؤلفه‌ها را در مقدار مناسب جمع‌آوری، ذخیره و بازیابی نمود. این عملکرد شامل گرفتن داده‌های ماشین‌آلات، نیروی انسانی و سفارشات و تجزیه و تحلیل داده‌های خام و ایجاد اطلاعات کاربردی است. هدف اصلی کنترل تولید تحقق زمان‌های تحویل است [۲۰]. از آنجاکه متغیر زمان تحویل در هر زنجیره تحویل اساس کنترل و پایش آن‌را فراهم می‌سازد،

برای بحث بالانس آنلاین بار الگوریتم‌های تقریبی زیادی ارائه شده‌اند؛ ساده‌ترین مورد که در آن هر بردار بار برابر با مقدار کاری است که تنها روی آن فعالیت وجود دارد؛ این روش به الگوریتم گراهام مشهور است [۲۵]. آذر و همکاران برای حل مسأله‌ی بالانس خط تولید شبکه‌ای از گر‌ها را مطرح کردند [۱۶]. بعد از آن، روش‌های دیگری چون: حریصانه، نیمه‌گیریدی، رابین‌هود و رابین‌هود پیشرفته نیز مطرح شده‌اند؛ که روش رابین‌هود پیشرفته مطابق بررسی‌های کارمیا و دل‌اهمو کاراترین روش از نظر کیفیت جواب و زمان محاسبات است [۱۴، ۲۴].

#### ۲-۴. الگوریتم رابین‌هود توسعه یافته

این الگوریتم ساده و قطعی است و به‌صورت آنلاین سفارش کارها را تخصیص می‌دهد و به‌طور قابل‌توجه‌ای تصمیم خود را درمورد اختصاص سفارش کار جدید نه‌تنها براساس لود کار فعلی، بلکه با درنظر گرفتن سابقه تخصیص کار قبلی انجام می‌دهد. با توجه به حالت مسأله‌ی موجود هر سفارش کار می‌تواند به بیش از یک ماشین خاص تخصیص یابد و هر سفارش کار دارای وزن مشخصی است. این الگوریتم در مقایسه با سایر الگوریتم‌های بالانس آنلاین خط تولید معرفی شده توسط دکتر کارامیا مانند حریصانه، نیمه‌حریصانه و رابین‌هود دارای نتایج بهینه‌تری است و کاراترین الگوریتم است.

مراحل پیاده‌سازی این الگوریتم به شرح زیر است:

۱: کار ورودی و تخصیصی به ماشین‌ها است

۲: شماره‌ی ماشین

$f(s)^t$ : تابع حداکثر بار بر روی همه ماشین‌ها در زمان  $t$  است که  $s^t$  بار بر روی سنگین‌ترین ماشین است.

۱. در ابتدا لازم است تمامی ماشین‌ها خالی باشند و کاری بر روی ماشین‌ها قرار نداشته باشد.
۲. در  $T=1$  سفارش کار  $j$  در لحظه  $t$  بر روی ماشین قرار می‌گیرد و راه‌حل‌های همسایگی نیز ارزیابی می‌شود  $(s^{(t-1)}) \in N(s^{(t)})$  و در صورت غیرقابل بارگذاری بودن ماشین‌آلات به‌طور رندوم یک راه‌حل جایگزین به‌جای ماشین غیرقابل بارگذاری انتخاب می‌شود که برای این منظور باید رابطه‌ی زیر محقق شود
۳. و سپس زمان دیگری با توجه به رابطه‌ی زیر انتخاب می‌شود به‌طوری‌که  $t$  یک ماشین قابل بارگذاری با زمان حداقل باشد و  $s^{(t)} = s_i^{(t)}$
۴. و بازگشت به  $f(s^{(t)})$  [۱۴]. با بررسی پیشینه‌ی پژوهش ملاحظه گردید که مدل‌سازی ریاضی برای الگوریتم رابین‌هود صورت نپذیرفته است.

#### ۳. توسعه مدل ریاضی الگوریتم رابین‌هود و روش حل

روش رابین‌هود در مواجهه با حجم و تعداد زیاد سفارش کارها، که براساس نیاز بازار و تغییراتی که می‌بایست در برنامه‌ی تولید صورت پذیرد، با رویکرد موجودش نمی‌تواند در زمان کوتاه و منطقی پاسخ‌گوی مسأله‌ی بالانس خط تولید باشد. از این رو لازم است تغییری

زمینه متمرکز شده است تا بتوانند به یک زمان‌بندی نزدیک به بهینه دست‌یابند. در الگوریتم‌های آنلاین، تصمیم‌گیرنده با این مشکل مواجه است که چگونه می‌تواند هنگام ورود کار جدید تخصیص را انجام دهد؛ در صورتی که در الگوریتم‌های آفلاین، تصمیم‌گیرنده براساس اطلاعات پیشین زمان‌بندی بهینه را انجام داده است [۱۴].

#### ۲-۳. بالانس آنلاین بار در خط تولید

مشکل متعادل‌سازی بار در خط تولید به‌عنوان مشکل تخصیص آنلاین کارها به  $n$  ماشین تعریف می‌شود، تخصیص باید برای کار وارد شده به سیستم به فوریت انجام شود. افزایش بار بر روی ماشین موجب افزایش زمان انجام کارها می‌شود؛ این نکته حائز اهمیت است که تخصیص و زمان‌بندی مجدد در این حالت مجاز نمی‌باشد. هدف اصلی در حل این مسأله، حداقل‌سازی حداکثر بار یا حداقل‌سازی مجموع قدرمطلق تفاضل میان بار روی ماشین و متوسط بار روی سیستم است. در این‌راستا می‌توان دو تحلیل اصلی انجام داد؛ اول، بر روی مشکل ناشی از کارهای موقت، و دوم، مشکل ناشی از کارهای دائمی. مشکل اول اشاره دارد به این‌که زمان انجام کار محدودیت دارد؛ به‌عنوان مثال، مدت‌زمان سفارش کار وارد شده به سیستم. مشکل دوم نیز به زمان انجام فعالیت کارهای روتین و دائمی روی ماشین تمرکز دارد که هر یک از آن‌ها در زمان خروجی ماشین تأثیر می‌گذارند و سبب افزایش افق زمانی انجام فعالیت‌ها می‌گردند. نحوه مواجهه الگوریتم‌های حل مسأله آنلاین بار و الگوریتم‌های آفلاین سناریوهای متفاوتی را به‌منظور زمان‌بندی در خطوط تولید ارائه می‌دهد [۱۶]. مشکل بالانس آنلاین بار را می‌توان به‌طور ساده این‌گونه تعریف کرد که، یک ماشین دارای یک سفارش کار است و در هنگام انجام فعالیت سفارش کار دیگری برای ماشین تعریف می‌شود؛ این سفارش کار جدید باعث افزایش بار بر روی ماشین می‌شود و این افزایش بار چند درصد اضافه‌تر از ظرفیت ماشین را به خود تخصیص می‌دهد و به مجموع زمان انجام فعالیت می‌افزاید. هر کار ورودی  $i$  یک بردار بار به همراه دارد:  $P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{in}\}$  که  $P_{ij}$  افزایش بار روی ماشین  $j$  است اگر هر کار  $i$  به آن تخصیص پیدا کند، این افزایش بار در مدت‌زمان  $t_{ij}$  برای هر کار انجام می‌شود؛ برای حل این مشکل، الگوریتم‌های متفاوتی ارائه شده است. آنچه که مشخص است برای حل مسأله‌ی بالانس آنلاین بار در خط تولید الگوریتم‌های ارائه شده با توجه به ویژگی بردار بار می‌توانند دسته‌بندی‌های متفاوتی داشته باشند. از آنجاکه در مسأله‌ی بالانس آنلاین بار کارهای ورودی باید بدون دانش قبلی به ماشین‌ها تخصیص داده شود، طبیعی است که عملکرد سیستم تولید را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ به این‌گونه که بیشترین احتمال تأثیر اضافه بار آنلاین (زمان بیش از وقت معین شده جهت اتمام فعالیت یا اضافه شدن ماشین) بر حداکثر بار در زمان‌بندی انجام شده در الگوریتم بهینه‌سازی آفلاین می‌باشد. نسبت رقابتی بین این دو الگوریتم ممکن است به تعداد  $m$  ماشین بستگی داشته باشد که معمولاً تعداد ماشین‌ها ثابت است و بستگی کمتری به تعداد کارها دارد، ولی زمان انجام کارها در آن مؤثر است [۲۴].

برای توسعه مدل ریاضی رابین‌هود اهداف زیر در نظر گرفته می‌شود:

هدف ۱: کمینه کردن بیشینه‌ی بار یا کمینه‌سازی جمع مقادیر تفاوت بین بار بر روی هر ماشین از متوسط بار روی سیستم.

هدف ۲: حداقل کردن مجموع بار تمامی سفارش کارها بر روی تمامی ماشین‌ها.

هدف ۳: کمینه کردن زمان اتمام سفارش‌ها بر روی تمام ماشین‌ها است در این هدف سعی بر آن است که زمان انجام فرایند بر روی سفارش کارها حداقل شود. به هدف اصلی رویکرد رابین‌هود افزوده می‌شود.

$$Z_1 = \min \sum_{i=1}^n |\mu_T - L_i(T)| \quad (1)$$

$$Z_2 = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

$$Z_3 = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} x_{ij} \quad (3)$$

s. to:

$$\mu_i(t) = \frac{(\sum L_i^{(T-1)} + w_{ij})}{m} \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$L_i(t) < \sqrt{m} L_T \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$L_i(t) = \max (L_{i(T-1)} \cdot \omega_{ij} \cdot \mu(T)) \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad 1 \leq i \leq n, \quad 1 \leq j \leq m \quad (7)$$

$$j = 1, 2, \dots, m_j, \quad i = 1, 2, \dots, n_i$$

جدول (۲): نماد و علائم ریاضی

ردیف	اندیس‌ها	توضیحات
۱	j	ماشین‌آلات (j=1,...,m)
۲	i	سفارش کار (i=1,...,n)
۳	T	مراحل عملیات تولید (T=1,...,T <sub>n</sub> )

جدول (۳): متغیرها و پارامترها

ردیف	متغیرها	توضیحات
۱	$L_i(T)$	بار روی ماشین ز در مرحله $\Gamma$ م بعد از رویداد $\Gamma-1$ م
۲	$\mu(T)$	وزن مجموع وظایف حاضر در سیستم تقسیم بر تعداد ماشین‌ها
۳	$x_{ij}$	اگر سفارش کار $i$ م در ماشین $j$ م اختصاص یابد یک و در غیر این صورت صفر است
ردیف	پارامترها	توضیحات
۱	$\omega_{ij}$	وزن هر سفارش کار $i$ روی ماشین $j$
۲	$t_{ij}$	زمان انجام سفارش کار $i$ بر روی ماشین $j$

روابط (۱)، (۲) و (۳) نشان‌دهنده‌ی توابع هدف هستند و هر سه تابع کمینه‌سازی می‌باشند؛ در این مدل نسبت به روش‌های قبلی عامل زمانی اتمام سفارشات کار به اهداف اضافه شده است تا بالانس را هم با توجه به زمان و هم بار سفارشات در سیستم انجام دهد.

در روش رابین‌هود داده شود تا بتواند در ارتباط با تغییرات احتمالی چابک و دقیق سفارش کارها را تخصیص دهد. آنچه که کارمیا و دل‌هامو در کتابشان در سال ۲۰۰۶ در قالب روش‌های RH و OBA -RH بیان نمودند به ترتیب شامل یک الگوریتم ابتکاری ساده و روش تلفیقی رابین‌هود و حد آستانه است. در روش OBA -RH منطق الگوریتم به نحوی است که کارایی روش رابین‌هود از طریق حرکت از یک جواب فعلی به جوابی دیگر در فضای جست‌وجو، تخصیص‌های بهتری از سفارش‌های کار به ماشین‌آلات ارائه می‌دهد. روش حد آستانه که به الگوریتم رابین‌هود اضافه شده است روشی مبتنی بر یک جواب است، از ویژگی‌هایش تکرار شونده‌ی و جایگزینی می‌باشد؛ ایرادی که به این روش در سفارشات با تنوع زیاد مطرح است، تعریف ساختار همسایگی است که می‌تواند در کیفیت عملکرد الگوریتم نقش بازی کند؛ اگرچه همسایه‌های بیشتری در هر تکرار در نظر گرفته شود کیفیت جواب‌های به دست آمده بهبود می‌یابد، ولی تعادل میان کیفیت همسایگی و زمان محاسبات از بین می‌رود، در صورتی که ساختار همسایگی مناسب نباشد حل مسأله با مشکل مواجه می‌شود. از این رو، ایجاد یک همسایگی مناسب خود در حل مسائل واقعی در بالانس خط تولید مشکل بزرگی به حساب می‌آید. هم‌چنین روش حد آستانه به لحاظ میانگین پاسخ‌های به دست آمده و زمان مورد نیاز برای انجام محاسبات، در صورت وجود حجم بالای تعداد سفارشات کار، عملکرد مناسبی ارائه نمی‌دهد. با توجه به موارد یاد شده می‌بایست در حل مسائل واقعی بالانس آنلاین خط تولید، روش رابین‌هود را با روشی ترکیب نمود که بتواند در زمان مناسبی بهترین جواب را به دست آورد و میانگین پاسخ‌های به دست آمده‌ی آن بهینه باشد و هم‌چنین نکته حائز اهمیت این که ماهیت روش رابین‌هود در اختصاص سفارش کار به ماشین براساس سابقه‌ی تخصیص را لحاظ کند، پس روشی لازم است که حافظه جست‌وجو داشته باشد. بر این اساس این مقاله، ترکیب الگوریتم رابین‌هود با الگوریتم‌های فراابتکاری مبتنی بر جمعیت را توصیه می‌کند و می‌خواهد از طریق ترکیب یک الگوریتم فراابتکاری مناسب با روش دقیق رابین‌هود یک الگوریتم ترکیبی را ارائه کند.

همان‌طور که بیان شد، مسأله‌ی بالانس خط تولید یک مسأله‌ی خیلی سخت است و معمولاً اندازه‌ی مسأله‌ی بالانس در خطوط تولید با توجه به تعداد ماشین‌آلات و سفارشات کار در یک مجموعه کارگاهی، بزرگ است که موجب پیچیدگی محاسباتی و محدودیت زمانی می‌شود. در مسائل بالانس آنلاین، بار در خط تولید باید کیفیت جواب و زمان حل یکدیگر را کامل کنند تا چابکی روش در تخصیص سفارش کارها و حداقل بودن میانگین بار در خط تولید به دست آید. مفروضات و علائم ریاضی و متغیرها و پارامترهای مدل ریاضی رابین‌هود توسعه داده مطابق جداول (۲) و (۳) و به شرح زیر بیان می‌شود:

همه‌ی ماشین‌ها در شروع افق برنامه‌ریزی در دسترس می‌باشند.

۱. همه‌ی سفارش کارها در زمان صفر ( $t=0$ ) شروع می‌شوند.

۲. زمان‌های تحویل و انجام سفارش کارها مشخص و معین نیست.

۳. مدت زمان حمل و نقل میان ماشین‌ها مطرح نیست.

برای حل مسائل ذکر شده که هر یک بخشی از مسأله‌ی خط تولید می‌توانند باشند، حائز اهمیت است. در این پژوهش انتخاب روش حل مسأله باید روشی باشد که بتواند به‌لحاظ میانگین پاسخ‌های به‌دست آمده، زمان موردنیاز برای انجام محاسبات، بهترین جواب به‌دست آمده نسبت به مسائل مشابه، عملکرد بهتری داشته باشد که با توجه به پژوهش‌های انجام شده بیشترین رجوع در منابع علمی برای حل مسأله‌ی خط تولید استفاده از الگوریتم ژنتیک است و بر مبنای تحقیق انجام شده سمویی و فتاحی در سال ۲۰۱۶ که میان الگوریتم‌های بهینه‌سازی توده‌ی ذرات، جست‌وجوی ممنوع، انجماد تدریجی و ژنتیک انجام شده است، الگوریتم ژنتیک نتایج بهتری را نسبت به سایر روش‌های ارائه کرده است [۲۷]. با توجه به این‌که دقت و سرعت بالا برای ایجاد توازن آنلاین در خط تولید از اهداف روش‌های آنلاین بار است و با توجه به رویکرد پژوهش که مواجه با خطوط تولید با تنوع سفارشات زیاد می‌باشد، برای حل مسائل یاد شده از الگوریتم ژنتیک بهره گرفته می‌شود. مدل ارائه شده در مقاله چندهدفه می‌باشد؛ از این‌رو باید الگوریتم ژنتیکی به‌کار گرفته شود که بتواند بهینه‌یابی چندهدفه را انجام دهد. اولین پیاده‌سازی واقعی از الگوریتم‌های تکاملی، «الگوریتم ژنتیک ارزیابی برداری» توسط دیوید/اسکافر در سال ۱۹۸۴ انجام گرفت. اسکافر الگوریتم را به سه بخش انتخاب، ترکیب و جهش که به‌طور جداگانه در هر تکرار انجام می‌شدند، تغییر داد. این الگوریتم به‌صورت کارآمدی اجرا می‌شود، اما در برخی از حالات مانند ارباب بودن اهداف، با مشکل مواجه می‌شود. در واقع هدف اول الگوریتم‌های بهینه‌یابی چندهدفه، یعنی رسیدن به جواب‌های بهینه‌ی پارتو، به‌نحو شایسته‌ای توسط این الگوریتم به‌دست می‌آید، ولی جواب‌های به‌دست آمده از گستردگی و تنوع خوبی برخوردار نیستند [۲۸]. الگوریتم تکاملی چندهدفه که مبنای اصلی آن، الگوریتم ژنتیک می‌باشد، روش NSGA-II است. الگوریتم NSGA-II به این دلیل انتخاب شده است که این الگوریتم در بسیاری از مقالات به‌عنوان الگوریتم مرجع مقایسه گردیده است [۲۹]. دب و همکارانش [۳۰]. یک نخبه‌گرایی دسته‌بندی یا مرتب‌سازی نامغلوب را در الگوریتم‌های ژنتیک پیشنهاد دادند. در اغلب مواقع، این الگوریتم شباهتی به NSGA ندارد، ولی مبتکران نام NSGA-II را به‌دلیل نقطه‌ی پیدایش آن، یعنی همان NSGA، برای آن حفظ کردند. شکل (۱) نحوه عمل الگوریتم NSGA-II را نمایش می‌دهد [۲۹، ۳۰].

کروموزوم: برای مسأله‌ی مورد بررسی در این پژوهش، نمایش جواب به‌صورت یک رشته به‌طول تعداد کارها در نظر گرفته شده و هر ژن نشان‌دهنده‌ی یک کار در توالی موردنظر است. به این دلیل که در این مسأله، مفروض رد کردن کارها در نظر گرفته شده، هر ژن از این نمایش جواب، عددی بین صفر و یک است که اگر ژن موردنظر صفر باشد، به این معنی است که کار مربوط به آن رد شده است و در ترتیب قرار نمی‌گیرد. برای کارهایی که قرار است پردازش شوند، ترتیب قرار گرفتن در توالی به‌صورت کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از صفر تا بزرگ‌ترین عدد داخل رشته است.

محدودیت‌های مدل در روابط (۵) الی (۷) نشان داده شده است. محدودیت (۴) و (۵) محدودیت‌های رویکرد رابین‌هود برای مجموع وزن سفارش کارها و انتقال شرایط سفارش کار قبلی به سفارش بعدی و انتخاب ماشین فقیر است. رابطه‌ی (۶) بار روی ماشین  $T$  در زمان  $T$  بعد از رویداد  $T-1$  را محاسبه می‌کند. محدودیت (۷) صفر و یک بودن متغیر مربوطه را بیان می‌کند.

با توجه به این اهداف در حل مسأله با تعداد تنوع سفارشات بالا این مسأله جزو مسائل NP-Hard است و به‌همین دلیل حل این‌گونه مسائل از طریق روش‌های دقیق امکان‌پذیر نیست. چنان‌چه روش‌های دقیق قادر به حل مسأله باشند بی‌تردید جواب بهینه به‌دست می‌آید، اما در بسیاری از موارد زمان محاسبه‌ی این روش‌ها آن‌قدر زیاد است که توجیه استفاده آن‌ها از بین می‌رود؛ به‌همین دلیل در پژوهش‌های مشابه پژوهشگران از روش‌هایی بهره برده‌اند که علاوه بر محاسبه‌ی جواب‌های بهینه یا نزدیک به بهینه، بتوانند از لحاظ زمانی نیز محاسبات مناسبی داشته باشند. به‌طور معمول در جهان واقعی این‌گونه مسائل دارای ابعاد وسیعی هستند که با افزایش هر بُعد به مسأله، زمان حل به‌صورت نمایی افزایش پیدا می‌کند [۲۵].

حل مدل ریاضی ارائه شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب ۲ که الگوریتم کارایی در حل مسائل چندهدفه است، صورت می‌پذیرد. روش ارائه شده را NSGAII-RH یا رابین‌هود نسل سوم می‌نامیم.

#### ۴. روش حل و نتایج محاسباتی

##### ۴-۱. روش حل

مسائل مرتبط به تولید کارگاهی خیلی سخت می‌باشند [۲۶]. بنابراین مسأله‌های مورد مطالعه تمامی پیچیدگی‌های مسأله تولید کارگاهی را دارد، لذا مسأله‌ی مورد مطالعه قویاً NP-Hard است. بنابراین به‌دست آوردن راه حل بهینه توسط روش‌های دقیق و در ابعاد واقعی برای مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ امکان‌پذیر نمی‌باشد. الگوریتم‌های فراابتکاری که در پی به‌دست آوردن جواب با کیفیت در زمان معقول باشند، در حل این مسأله، کاربرد بسیاری دارند؛ لذا باید از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شود. در سالیان گذشته بر روی الگوریتم‌های فراابتکاری برگرفته از طبیعت که شباهت‌هایی با سیستم‌های اجتماعی یا طبیعی دارند، پژوهش‌های زیادی صورت گرفته است، این امر نتایج بسیار مطلوبی را در حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی که به‌شدت دشوار می‌باشند را به‌دنبال داشته است. در این الگوریتم‌ها هیچ ضمانتی برای بهینه بودن پاسخ به‌دست آمده وجود ندارد و تنها با صرف زمان بسیار می‌توان جواب به‌نسبت دقیقی را به‌دست آورد، در حقیقت با توجه به زمان صرف شده، دقت جواب تغییر می‌کند. روش‌های جست‌وجوی فراابتکاری روش‌هایی هستند که می‌توانند جوابی نزدیک به بهینه در زمانی محدود برای یک مسأله ارائه کنند، اما هیچ تضمینی برای بهینه بودن جواب وجود ندارد و نمی‌توان میزان نزدیکی جواب به‌دست آمده به جواب بهینه را تعیین کرد [۲۵]. انتخاب روش فراابتکاری مناسب

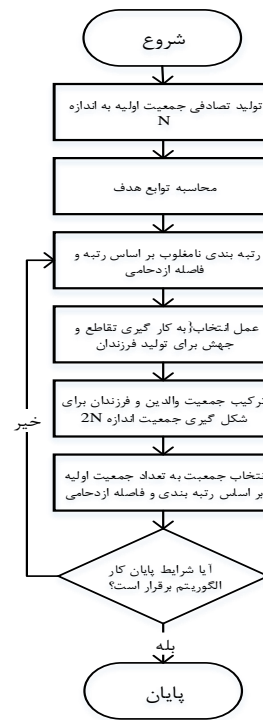
سفارش کار برای حل مثال عددی آورده شده است.

جدول (۴): پارامترهای موردنیاز برای حل مثال عددی

تعداد ماشین‌آلات	تعداد سفارش کار	مراحل عملیات تولید
m	n	$T_n$
۴	۳۰	۳

با توجه به متغیرهای تصمیم خروجی مدل، مقدار مینیمم توابع هدف دارای جواب شدند و تمامی متغیرها و محدودیت‌های مسئله طبق آن چیزی که تعریف و از آن‌ها انتظار می‌رفت درست و منطقی حاصل شدند.

تقاطع: در عمل تقاطع، تولید فرزندان جدید از والدین نخبه براساس نسل کروموزوم‌های والد می‌باشد. فرزندان جدید باید عمده خصوصیات والدین را به ارث برده و از آن‌ها نخبه‌تر باشند. نحوه تولید فرزندان به ساختار کروموزوم بستگی دارد. در این حالت یک عدد تصادفی در بازه تعداد درایه‌های تصادفی، تولید می‌کنیم. به طوری که عدد تصادفی تولید شده، بیان‌کننده محل تقاطع در کروموزوم‌های والد است، سپس ژن‌های متناظر والدین را از محل درایه موردنظر تعویض می‌کنیم و فرزندان جدید تولید می‌شوند؛ به عنوان مثال، در درایه ۷۷ (درایه i17 و J3T1 در جدول ۵) تقاطع از محل درایه ۷۷ در کروموزوم‌های والد انجام و سپس ژن‌های متناظر والدین از محل درایه ۷۷ مطابق مکانیسم این عملگر را در شکل (۲) تعویض و فرزندان جدید تولید می‌شوند: از واگرایی در جمعیت به کار برده می‌شود.



شکل (۱): نمایشی از نحوه عملکرد NSGA-II

در جدول (۴) داده‌های پارامترهای موردنیاز مثال عددی آورده است و در جدول (۵) اگر یک سفارش کار به یک مرحله تولید در یک ماشین اختصاص یابد یک در غیراین صورت صفر را به خود اختصاص می‌دهد. در جدول (۶) پارامترهای وزن سفارشات کار، زمان انجام

جدول (۵): پارامترهای صفر و یک مربوط به سفارشات کار، ماشین‌آلات و تعداد عملیات تولید برای حل مثال عددی

سفارش ماشین	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13	i14	i15
J1T1	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰
J2T1	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
J3T1	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱
J4T1	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰
سفارش ماشین	i16	i17	i18	i19	i20	i21	i22	i23	i24	i25	i26	i27	i28	i29	i30
J1T1	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰
J2T1	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱
J3T1	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰
J4T1	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰

جدول (۶): پارامترهای وزن سفارشات کار، زمان انجام سفارش کار برای حل مثال عددی

وزن و زمان انجام سفارش کار	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	i12	i13	i14	i15
$\omega_{ij}$	۲/۹	۳/۷	۳/۷	۴/۸	۲/۸	۲/۵	۳	۳	۳/۱	۳/۱	۳/۱	۳/۱	۳/۹	۳/۹	۴/۴
$t_{ij}$	۱۱۶	۹۲	۹۶	۹۹	۹۵	۱۱۲	۹۰	۹۸	۱۱۸	۹۵	۱۰۲	۱۰۴	۱۱۱	۱۰۹	۱۰۳
وزن زمان	i16	i17	i18	i19	i20	i21	i22	i23	i24	i25	i26	i27	i28	i29	i30
$\omega_{ij}$	۴/۴	۴/۶	۴/۶	۳/۲	۳/۹	۳/۲	۳/۶	۴	۴	۴/۱	۳/۵	۲/۹	۴/۵	۲/۳	۲/۴
$t_{ij}$	۸۹	۹۵	۱۱۱	۱۱۵	۱۱۵	۱۱۰	۱۱۲	۱۱۸	۸۸	۱۲۹	۱۰۴	۱۱۰	۱۳۵	۹۰	۹۲

نتایج به دست آمده با نتایج حل مسئله با روش رابین‌هود ارائه شده توسط کارمیا و دل‌اهمو مقایسه خواهد شد. از آنجایی که خروجی مسائل به شدت به پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی وابسته هستند برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه پیشنهادی، از روش تاگوچی استفاده شده است. نحوه به دست آوردن مقادیر بهینه‌ی پارامترها با استفاده از روش تاگوچی به این صورت است که ابتدا برای یک مثال خاص، به تعداد اجراهایی که تاگوچی تعیین می‌کند، مسئله با الگوریتم مورد نظر حل می‌شود. در مرحله‌ی بعد معیارهای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های چندهدفه برای هر مثال، تعیین می‌شود [۳۲]. به منظور بی‌مقیاس کردن مقادیر از رابطه‌ی درصد نسبی انحراف  $RPD^1$  استفاده می‌گردد [۳۳].

$$RDP = \frac{Alg_{sol} - Min_{sol}}{Min_{sol}} \times 100 \quad (8)$$

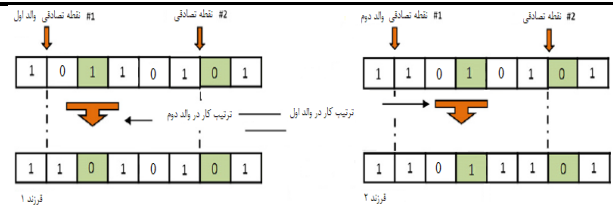
$Min_{sol}$  عینی الگوریتم برای داده‌های مسئله است. بهترین راه حلی است که برای هر نمونه به دست می‌آید. مقادیر کمتر  $RPD$  ترجیح داده می‌شوند. با توجه به ارائه‌های متعامد تاگوچی ارائه  $L27$  به عنوان طرح مناسب آزمایش برای تنظیم پارامتر الگوریتم پیشنهادی انتخاب شده است. مناسب‌ترین طرح، آزمایش‌های سه سطحی تشخیص داده شده‌اند. در بهینه‌سازی چندهدفه از چهار شاخص  $NPS^2$ ،  $MID^3$ ،  $DM^4$ ،  $QM^5$  استفاده می‌شود.

تاگوچی به منظور تنظیم پارامترهای بهینه، یک اندازه‌ی آماری عملکرد تحت عنوان  $S/N^6$  را در نظر می‌گیرد؛ که این نسبت دربرگیرنده‌ی میانگین و تغییرات است که این نسبت هر چه بیشتر باشد مناسب‌تر است [۳۴].

$$SN \text{ Ratio} = -10 \log(RPD)^2 \quad (9)$$

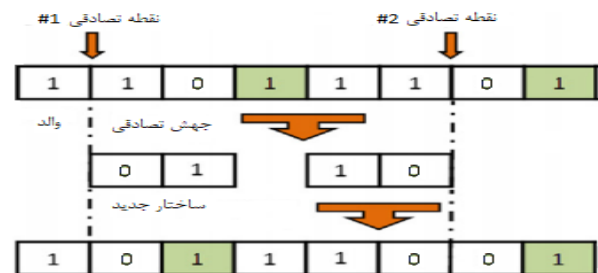
هم‌چنین به علت مهم بودن زمان حل الگوریتم‌ها در مسائل زمان‌بندی، زمان نیز به عنوان معیار ارزیابی عملکرد به مسئله اضافه می‌شود؛ سپس این معیارها را با استفاده از روش انحراف درصد نسبی بی‌مقیاس کرده و جمع وزنی آن‌ها به نرم‌افزار داده می‌شود. در شکل (۴) نمودار تحلیل تاگوچی آورده شده است که نشان می‌دهد پارامترها به درستی تنظیم گردیده‌اند و در جدول (۷) مقادیر بهینه‌ی پارامترهای الگوریتم NSGA-II نشان داده شده است.

حل، به صورت یک رشته  $n$  تایی مرتب شده است که  $n$ ، تعداد سفارش بعدی و انتخاب ماشین فقیر قابل قبول بود، این حل را به عنوان حل قابل قبول پذیرفته‌ایم؛ در غیراین صورت این حل را کنار گذاشته و حل جدید را جایگزین می‌کنیم. سفارشات است که بالقوه می‌توانند ایجاد شوند و این رشته به صورت باینری پر می‌شود که مثلاً اگر قرار شود سفارش  $n$ ام ایجاد شود، عنصر  $n$ ام این رشته، برابر یک فرض می‌شود و در غیراین صورت صفر در نظر گرفته می‌شود. برای انجام الگوریتم NSGA-II، اندازه‌ی جمعیت را برابر ۳۰ و احتمال تقاطع و جهش را برابر ۰.۵ و ۰.۴ در نظر گرفته‌ایم. برای تولید جمعیت اولیه،



شکل (۲): مکانیسم عملگر تقاطع

جهش: این عملگر برای ایجاد تغییر و جلوگیری از واگرایی جمعیت به کار برده می‌شود، این عملگر به طور یکنواخت بر روی جمعیت اعمال می‌شود تا در پارتوی توزیع شده تنوع بیشتری ایجاد کند. در این حالت یک عدد تصادفی در بازه‌ی درایه‌های تصادفی، تولید می‌کنیم. به طوری که عدد تصادفی تولید شده بیان‌کننده‌ی محل جهش در کروموزوم والد است، سپس اگر در محل درایه عدد صفر بود به عدد یک تبدیل و اگر عدد یک بود به صفر تبدیل می‌شود و فرزند جدید تولید می‌شود؛ به عنوان مثال، درایه ۷۷ در والد اول انتخاب می‌شود، محل جهش از محل درایه ۷۷ در کروموزوم والد انجام و بعد از آن زن متناظر والد از محل درایه ۷۷ مطابق شکل (۳) تعویض و کروموزوم ایجاد می‌شود. بعد از انجام عملگرهای تقاطع و جهش، از روش پنهالتی استفاده شده است. در این روش، مجموع تخطی از محدودیت‌ها به تابع هدف اضافه می‌گردد، به صورت تصادفی، تعدادی از یک‌های حل را صفر می‌کند که حل، محدودیت‌ها به تابع هدف اضافه شود.



شکل (۳): مکانیسم عملگر جهش

#### ۲-۴. تطبیق الگوریتم NSGA-II برای مدل ریاضی رابین‌هود

##### نسل سوم

کارایی الگوریتم‌های فراابتکاری ارتباط مستقیمی با تنظیم پارامترهای آن دارد، به طوری که انتخاب نادرست پارامتر(های) الگوریتمی کاملاً کارا، باعث ناکارآمدی آن می‌شود. به منظور اجرای مدل پیشنهادی به ارائه یک مثال عددی پرداخته می‌شود. داده‌های مسئله به صورت تصادفی در خط تولید مورد بررسی، استخراج شده‌اند. ایجاد مسائل انتخابی با توجه به پارامترهای تولید مانند زمان استاندارد تولید هر دسته از سفارشات، عملیات ماشین انجام شده است. به منظور بررسی نتایج حاصل از به کارگیری مدل ریاضی رابین‌هود نسل سوم،

4. Diversity Metric

5. Quality Metric

6. Signal to noise (S/N)

1. Relative Percentage Deviation

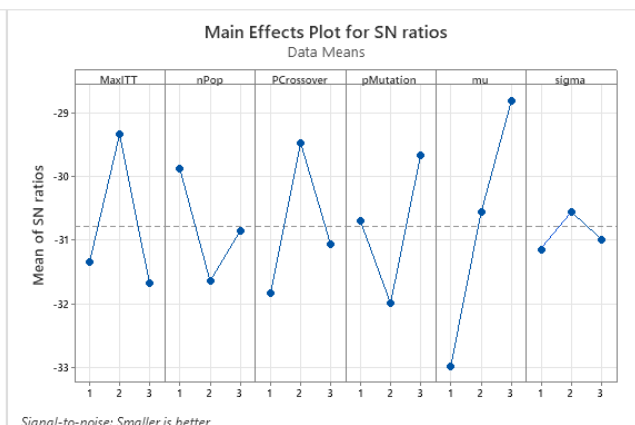
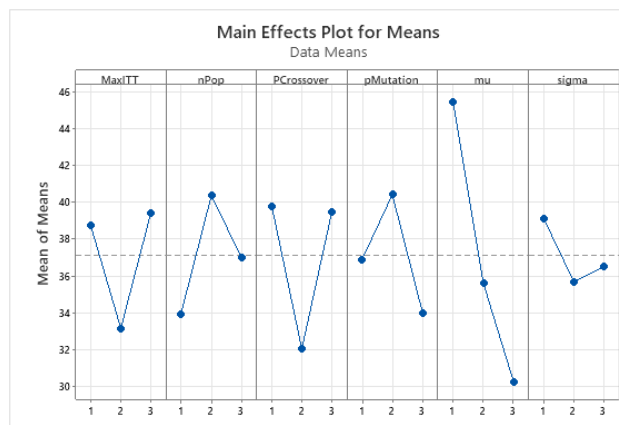
2. Number of pareto solution

3. Mean Ideal Didstance



قابل قبول بود، این حل را به‌عنوان حل قابل قبول پذیرفته‌ایم؛ در غیراین صورت این حل را کنار گذاشته و حل جدیدی تولید می‌کنیم.

به‌صورت تصادفی، رشته‌ای از صفر و یک به طول  $m$  ایجاد کرده‌ایم؛ اگر این رشته از لحاظ برآورده کردن محدودیت وزن سفارش کارها و انتقال شرایط سفارش کار قبلی به سفارش بعدی و انتخاب ماشین فقیر



شکل (۴): جدول تحلیلی تنظیم پارامترها با استفاده از روش تاکوچی

برای پیاده‌سازی مسأله در نرم‌افزار باید پنج مرحله‌ی زیر را پیاده‌سازی نمود:

۱. ایجاد مکانیزمی برای تولید، ذخیره‌سازی و فراخوانی اطلاعات مدل
۲. ایجاد مکانیزمی برای تولید داده‌های اولیه
۳. پیاده‌سازی مکانیزمی برای تبدیل داده‌های اولیه به متغیرهای اصلی
۴. پیاده‌سازی توابع هزینه و برآورد قیدها
۵. اتصال توابع هزینه به الگوریتم بهینه‌سازی.

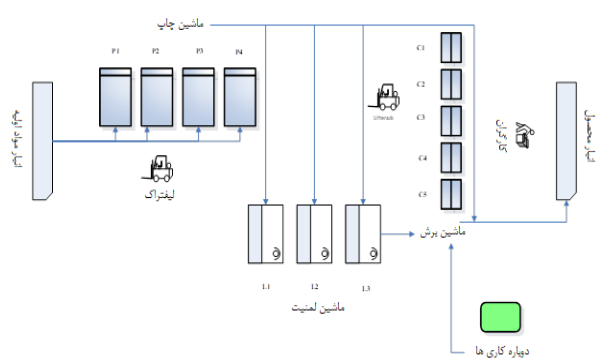
جدول (۷): سطوح بهینه‌ی پارامترهای الگوریتم NSGA-II

پارامتر	تعریف	سطح بهینه
MaxITT	حداکثر تعداد تکرارهای الگوریتم	۱۰۰
nPop	تعداد جمعیت اولیه	۳۰
PCrossover	احتمال انجام تقاطع	۰/۶
pMutation	احتمال انجام جهش	۰/۳
mu	نرخ جهش	۰/۰۲
sigma	اندازه‌ی گام جهش	۰/۰۷

### ۳-۴. محاسبات

مطالعه‌ی موردی مقاله بر روی مجموعه تولیدی که چاپ بر روی فیلم پلمیری و پلی‌استر انجام می‌دهد، می‌باشد. در این خط تولید محصول نهایی باید سه گروه ماشین‌آلات چاپ، لمینه و سیل، برش و بسته‌بندی را بگذراند. نمای شماتیک فرایند تولید به شرح شکل (۵) است و به‌علت ساده‌سازی حجم محاسبات آورده شده در مقاله، محاسبات تنها برای چهار ماشین چاپ انجام می‌گردد. داده‌های بیان شده برای مثال عددی براساس داده‌های تصادفی تولید از روی الگوی داده‌ای تولید در یک مقطع از سیستم تولید آورده شده است. سفارشات کار در یک خط تولید چاپ در لحظه بین ۳۰ سفارش کار می‌باشد. مدل ارائه شده در این پژوهش به‌دلیل چندهدفه و چندمحصولی بودن و نیز به‌علت وجود پیچیدگی محاسباتی بالا و زمان‌بر بودن آن از روش‌های معمول قابل حل نیست، به‌همین دلیل از روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب برای حل این مدل استفاده نموده‌ایم.

اولین گام برای حل مسأله، ارتباط دادن مسأله‌ی اصلی با ساختار الگوریتم نامغلوب مرتب شده است. برای حل این مسأله از نرم‌افزار MATLAB R2018a بهره گرفته می‌شود که در یک پردازنده Intel® Core™ i72670Qm CPU@2. 20GHZ اجرا می‌شود.



شکل (۵): جانمایی ماشین‌آلات

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی ازدحام سه تابع هدف در مسأله داریم. برای محاسبه‌ی این مقادیر، ما هر سه هدف را به‌صورت جداگانه توسط یک الگوریتم ممتیک حل نموده و بهترین و بدترین حل‌های به‌دست آمده توسط این الگوریتم را به‌عنوان، مقادیر موردنظر در نظر گرفته‌ایم؛ برای مثال، عددی موردنظر، تعدادی سناریو با احتمال مربوطه به‌دلیل وجود پارامترهای غیرقطعی، تولید و پس از کد کردن مدل بر پایه الگوریتم ارائه شده، آن را به تعداد ۳۰ مرتبه اجرا و نتایج حاصله را در جدول (۸) نمایش و سپس به تحلیل آن می‌پردازیم. متوسط زمان

محاسبات ۱۶/۲ ثانیه در سی مرتبه تکرار ثبت گردید. پس از تعیین مقادیر اهداف مطابق جدول (۹) بر مبنای منطق روش رابین‌هود توالی تخصیص سفارشات کار به ماشین‌های چاپ نشان داده شده است. از آنجایی که هدف از بهینه‌سازی چندهدفه یافتن مجموعه جواب‌های پارتو (نامغلوب) مسأله‌ی موردنظر است؛ از این‌رو، شکل (۶) نشان‌دهنده‌ی نمودار پارتوی حاصل از اجرای الگوریتم ژنتیک چندهدفه ارائه شده برای حل مدل با در نظر گرفتن سه تابع کمینه بیشینه بار بر روی کل سیستم، کمینه‌ی مجموع بار روی ماشین‌ها و کمینه‌ی زمان اتمام سفارش می‌باشد. در بین مجموعه جواب‌های پارتو سه پاسخ به‌عنوان بهترین مقدار در این اجرا محسوب می‌شوند

که این سه مقدار در جواب‌های پارتو به شرح زیر می‌باشند:  
بهترین جواب Z1: ۲/۷۸۵ برای هدف کمینه کردن بیشینه‌ی بار یا کمینه‌سازی جمع مقادیر تفاوت بین بار بر روی هر ماشین از متوسط بار روی سیستم  
بهترین جواب Z2: ۹۲/۳۳ برای هدف حداقل کردن مجموع بار تمامی سفارش کارها بر روی تمامی ماشین‌ها  
بهترین جواب Z3: ۷۳۶ دقیقه برای هدف کمینه کردن زمان اتمام سفارش‌ها بر روی تمام ماشین‌ها.

جدول (۸): مقدار توابع هدف در مجموعه جواب‌های پارتو در تکرارهای مختلف

تکرار	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	تابع هدف سوم	تکرار	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	تابع هدف سوم
۱	۲/۸۶۵	۹۲/۴۵	۷۳۶	۱۶	۲/۸۶۴	۹۲/۴۱	۷۳۷
۲	۲/۸۵۴	۹۲/۴۳	۷۳۸	۱۷	۲/۸۶۴	۹۲/۳۹	۷۳۸
۳	۲/۸۷۵	۹۲/۴۱	۷۳۶	۱۸	۲/۸۶۴	۹۲/۳۷	۷۳۶
۴	۲/۸۵۵	۹۲/۳۹	۷۳۶	۱۹	۲/۸۵۵	۹۲/۳۹	۷۳۶
۵	۲/۸۶۵	۹۲/۳۷	۷۳۷	۲۰	۲/۸۶۵	۹۲/۳۸	۷۳۷
۶	۲/۸۵۴	۹۲/۳۹	۷۳۶	۲۱	۲/۸۵۴	۹۲/۳۷	۷۳۶
۷	۲/۸۷۵	۹۲/۳۸	۷۳۷	۲۲	۲/۸۶۷	۹۲/۳۸	۷۳۷
۸	۲/۸۵۵	۹۲/۳۷	۷۳۷	۲۳	۲/۸۵۸	۹۲/۳۷	۷۳۶
۹	۲/۸۵۶	۹۲/۳۹	۷۳۷	۲۴	۲/۸۷۷	۹۲/۳۹	۷۳۷
۱۰	۲/۸۵۴	۹۲/۳۷	۷۳۸	۲۵	۲/۸۵۴	۹۲/۳۷	۷۳۷
۱۱	۲/۸۷۵	۹۲/۳۵	۷۳۶	۲۶	۲/۸۷۵	۹۲/۳۵	۷۳۷
۱۲	۲/۸۵۵	۹۲/۳۳	۷۳۶	۲۷	۲/۸۵۵	۹۲/۳۳	۷۳۸
۱۳	۲/۸۶۴	۹۲/۴۳	۷۳۷	۲۸	۲/۸۶۵	۹۲/۴۳	۷۳۶
۱۴	۲/۷۸۵	۹۲/۴۲	۷۳۸	۲۹	۲/۸۵۴	۹۲/۴۱	۷۳۷
۱۵	۲/۸۶۵	۹۲/۴۵	۷۳۸	۳۰	۲/۸۶۵	۹۲/۳۹	۷۳۸
میانگین					۲/۸۶	۹۲/۳۹	۷۳۶/۸۷

جدول (۹): ترتیب تخصیص سفارشات به ماشین‌ها

تخصیص سفارشات کار بر روی دستگاه‌های چاپ با استفاده از الگوریتم رابین‌هود نسل سوم							
ماشین چاپ ۱		ماشین چاپ ۲		ماشین چاپ ۳		ماشین چاپ ۴	
سفرش	زمان تولید	سفرش	زمان تولید	سفرش	زمان تولید	سفرش	زمان تولید
۳	۹۶	۱۰	۹۵	۹	۱۱۸	۱۳	۱۱۳
۸	۹۸	۲	۹۲	۱۰	۱۰۴	۲۸	۱۳۵
۲۷	۱۱۰	۱۷	۹۵	۲۵	۱۲۹	۲۲	۱۱۲
۲۶	۱۰۴	۱۶	۸۹	۱۱	۱۰۲	۲۳	۱۱۸
۱۵	۱۰۳	۷	۹۰	۲۱	۱۱۰	۲۰	۱۱۵
۱۴	۱۰۹	۵	۹۷	۱	۱۱۶	۶	۱۱۲
۱۹	۱۱۳	۲۴	۸۸	۱۸	۱۱۱	۴	۹۹
۳۰	۹۲	۲۹	۹۰				
مجموع زمان	۸۲۵		۷۳۶		۷۹۰		۸۰۴

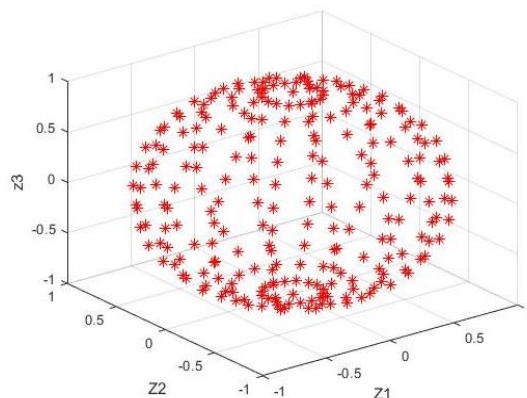
با اطلاعات موجود، مسأله با روش رابین‌هود ارائه شده توسط کارمیا و دل‌اهمو که در بخش ۲-۴ مقاله توضیح داده شد، حل گردید؛ زمان حل مسأله نسبت به زمان حل برای نسل سوم رابین‌هود بیشتر می‌باشد (۹۷ ثانیه). با توجه به نتایج جدول (۱۰) که تخصیص‌ها و

مجموع زمان اتمام سفارشات در چهار ماشین را با استفاده از رابین‌هود نسل دوم نشان می‌دهد، مشخص گردید که زمان اتمام سفارشات با استفاده از روش قدیمی‌تر طولانی‌تر است و بار روی ماشین‌ها دارای توازن کمتری است. همان‌طور که مشاهده گردید، زمان اتمام

## ۴-۳-۱. اعتبارسنجی مدل ارائه شده

اگرچه پژوهش‌های زیادی مسأله‌ی بالانس خطوط تولید و مونتاژ را با اهداف و محدودیت‌های مختلف مورد مطالعه قرار داده‌اند، ولی تاکنون بالانس آنلاین خط تولید برای تعداد سفارشات بالا و به صورت مدل‌سازی چندهدفه با تکیه بر بهینه‌سازی بار وارده به سیستم تولید و در نظر گرفتن حداقل زمان تولید و با روابط و مفروضات مطرح شده تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است و این مقاله می‌تواند شروعی جدید برای کارهای بعدی در این حوزه باشد؛ از این رو، امکان مقایسه‌ی نتایج با دیگر پژوهش‌های موجود فراهم نیست، اما با ارائه یک مثال عددی شرایط پاسخ‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت و نسبت به روش رایین‌هود نسل دوم مورد ارزیابی قرار گرفت. هم‌چنین لازم به ذکر است، محاسبات در حالات مختلف بارگذاری سفارشات بر خط تولید بارها تکرار شد که نتایج مشابهی حاصل گردید.

سفارشات در هریک از ماشین‌ها و در مجموع، زمان خاتمه یافتن کل سفارشات در رایین‌هود نسل سوم نسبت به نسل قبلی کاهش قابل توجه‌ای یافته است.



شکل (۶): نمودار پار تو اجرای الگوریتم NSGA-II برای مثال حل شده

## جدول (۱۰): ترتیب تخصیص سفارشات به ماشین‌ها

تخصیص سفارشات کار بر روی دستگاه‌های چاپ با استفاده از الگوریتم رایین‌هود نسل دوم

ماشین چاپ ۴			ماشین چاپ ۳			ماشین چاپ ۲			ماشین چاپ ۱		
سفرش	بار	زمان تولید	سفرش	بار	زمان تولید	سفرش	بار	زمان تولید	سفرش	بار	زمان تولید
۱۰	۴/۵۸	۹۵	۹	۴/۳۵	۱۱۸	۳	۳/۵۲	۹۶	۱۰	۳/۹۷	۹۶
۲۷	۳/۵۲	۱۱۰	۱۲	۳/۶۴	۱۰۴	۲۸	۳/۵۷	۱۳۵	۲۷	۳/۰۸	۹۸
۲	۳/۷۳	۹۲	۵	۲/۹۹	۹۷	۲۱	۳/۰۴	۱۱۰	۲	۲/۳۶	۹۰
۱۶	۲/۹۶	۸۹	۱۱	۳/۲۰	۱۰۲	۲۶	۳/۴۰	۱۰۴	۱۶	۲/۸۷	۹۵
۷	۳/۱۱	۹۰	۲۳	۳/۲۰	۱۱۸	۲۴	۲/۸۸	۸۸	۷	۳/۱۳	۱۰۳
۲۰	۳/۰۴	۱۱۵	۴	۲/۴۶	۹۹	۳۰	۲/۴۱	۹۲	۲۰	۴/۸۸	۱۰۹
۲۵	۳/۵۰	۱۲۹	۶	۳/۴۰	۱۱۲	۱۱	۲/۹۸	۱۶	۲۵	۲/۹۲	۱۱۳
۲۲	۳/۴۱	۱۱۲	۱۸	۳/۴۰	۱۱۲	۱۱۸	۳/۹۱	۱۱۱	۲۲	۲/۹۲	۱۱۳
مجموع	۳/۴۸	۸۳۲	۳/۳۲	۳/۳۲	۷۵۰	۳/۲۱	۳/۲۱	۸۵۲	مجموع	۳/۳۲	۷۰۴

برای حل این معضل در سیستم‌های تولیدی الگوریتم‌هایی تحت‌عنوان موازنه‌ی به‌هنگام بار- ارائه شده است که بار سفارشات کارها را میان ماشین‌آلات به‌طور متوازن توزیع می‌کند، این الگوریتم ساده و قطعی است و به‌صورت آنلاین سفارش کارها را تخصیص می‌دهد و به‌طور قابل توجهی تصمیم خود را در مورد اختصاص سفارش کار جدید نه‌تنها بر اساس لود کار فعلی، بلکه با در نظر گرفتن سابقه‌ی تخصیص کار قبلی انجام می‌دهد.

مسأله‌ای که پژوهش حاضر به مطالعه‌ی آن پرداخته است، بهبود الگوریتم موازنه‌ی به‌هنگام بار در سیستم‌های کارگاهی می‌باشد؛ این مطالعه از طریق ارائه مدل ریاضی با سه هدف (کمینه‌سازی بیشینه‌ی بار، حداقل کردن مجموع بار تمامی سفارش کارها بر روی تمامی ماشین‌ها، کمینه کردن زمان اتمام سفارش‌ها بر روی تمام ماشین‌ها) صورت پذیرفته است.

مدل‌سازی ریاضی بر روی روش رایین‌هود ارائه شده توسط کارامیا

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با بررسی پیشینه و سیکل تکامل روش‌های بالانس خط تولید از ۱۹۶۶ تا ۲۰۱۹ متوجه می‌شویم که تکنیک‌های بالانس و تئوری‌های این حوزه با رشد قابل توجه هریک با استفاده از مدل‌های ریاضی و تجربی در پی حل مسأله‌ی بالانس خط تولید هستند. بیشتر تحقیقات انجام‌شده بر روی مسائل نوع اول و دوم موازنه، یعنی کم کردن ایستگاه کاری و کم کردن زمان چرخه‌ی تولید متمرکز شده‌اند. در مسأله‌ی نوع اول، زمان دوره‌ی خط مونتاژ به‌عنوان ورودی مسأله مشخص است و هدف کاهش تعداد ایستگاه‌های کاری است؛ و در مسأله‌ی نوع دوم، تعداد ایستگاه‌های مونتاژ به‌عنوان ورودی مسأله معین است و تابع هدف کمینه‌سازی زمان سیکل کاری است، همه‌ی این الگوها به معیار بار توزیع شده روی ماشین‌آلات توجه ندارد و در عالم واقع پیاده‌سازی آن‌ها به‌علت پیچیدگی در سیستم‌های تولید که ماشین‌ها اتوماتیک و نیمه‌اتوماتیک در خطوط تولید قرار دارند، به‌سادگی مقدور نمی‌باشد؛

- و دل‌اهمو صورت پذیرفته است. سه ویژگی این روش که یکی دخالت دادن وزن سفارش کارها در متوازن‌سازی است و دیگری تأثیر دادن سابقه‌ی سفارش قبلی در انجام سفارش جدید است و ویژگی آخر ایجاد توازن لود بار سفارشات کار به تمامی ماشین‌هاست که نسبت به روش‌های آفلاین قابلیت عملیاتی مناسبی را به زمان‌بندی تولید می‌دهد از دلایل انتخاب الگوریتم رابین‌هود به‌جهت توسعه مدل ریاضی می‌باشد. همان‌طور که گفته شد، روش رابین‌هود در مواجهه با حجم و تعداد زیاد سفارش که می‌بایست در برنامه‌ی تولید صورت‌پذیرد؛ براساس روش‌های تعریف شده‌ی قبلی نمی‌تواند در زمان کوتاه و منطقی پاسخ‌گوی مسأله‌ی متوازن‌سازی خط تولید باشد؛ از این‌رو، لازم بود تغییری در روش رابین‌هود داده شود تا بتواند در ارتباط با تغییرات احتمالی به‌طور چابک و دقیق سفارش کارها را تخصیص دهد. برای این‌منظور باید روش جست‌وجو جواب تغییر پیدا می‌کرد و هم‌چنین عامل زمان به عامل وزن سفارشات کار اضافه می‌شد که از طریق مدل ریاضی چندهدفه با در نظر گرفتن زمان اتمام سفارشات کار پیاده‌سازی گردید.
- روش‌های بالانس آنلاین بار که تاکنون مطرح شده‌اند وقتی که تعداد سفارشات کار زیاد است نمی‌توانستند در زمان کم بالانس را انجام دهند و هم‌چنین کیفیت جواب آن‌ها مناسب نمی‌باشد که با بهره‌گیری از الگوریتم NSGA-II این مشکل مرتفع گردید و مشاهده گردید که هم در زمان کم بالانس انجام شد و هم به‌لحاظ زمانی و بار وارده از جانب سفارشات توازن مناسبی بر روی همه‌ی ماشین‌آلات اتفاق افتاد. مدل ارائه شده و روش در نظر گرفته شده را «الگوریتم رابین‌هود نسل سوم» می‌نامیم.
- باتوجه به این‌که این پژوهش در مراحل اولیه است فرصت‌های زیادی برای پژوهش‌های آینده وجود دارد که حوزه‌هایی را که در آینده می‌توان به‌منظور پژوهش به آن‌ها پرداخت به شرح زیر اشاره می‌شود:
- حل مدل ارائه شده با سایر روش‌های حل مسائل چندهدفه از قبیل روش بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات، روش بهینه‌سازی چندهدفه کلونی مورچگان، الگوریتم چندهدفه تکاملی براساس تجزیه و مقایسه‌ی کیفیت و زمان جواب‌ها جهت افزایش روایی مدل و انتخاب بهترین روش حل
  - تعمیم مدل ریاضی ارائه شده در شرایط غیرقطعی و فازی
  - تعمیم مدل ریاضی ارائه شده با در نظر گرفتن شرایط بهینه عوامل هزینه‌زای تولید، مانند هزینه‌ی استهلاک ماشین‌آلات و نیروی انسانی.
- مراجع**
- [1] Baudin, M. (2002). "Lean assembly: the nuts and bolts of making assembly operations flow". *New York, USA: Productivity Press*.
- [2] Levi, D.S., Kaminsky, P., Levi, E.S. (2003). "Designing and managing the supply chain: Concepts, strategies, and case studies". *McGraw-Hill*.
- [3] Razif, M., Make, A., Fadzil, M., Ab, F., Make, M.R.A., Rashid, M.F.F.A., & Razali, M.M. (2017). "A review of two-sided assembly line balancing problem". *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 89: 1743-1763.
- [4] Sikora, C., Gustavo, S., Lopes Thiago, C., Schibelbain, M. (2017). "Integer based formulation for the simple assembly line balancing problem with multiple identical tasks". *Computers & Industrial Engineering*.104: 134-144.
- [5] Boysen, N., Fliedner, M., Scholl, A.A. (2007). "classification of assembly line balancing problems". *European Journal of Operational Research*, 183:674-673.
- [6] Yano, C.A., Bolat, A. (1989). "Survey, development, and application of algorithms for sequencing paced assembly".
- [7] Bard, J. F. (1989) "Assembly line balancing with parallel workstations and dead time". *International Journal of Production Research*, 27:1005-1018.
- [8] Scholl, A., Klein, R., Domschke, W. (1998). "Pattern based vocabulary building for effectively sequencing mixed model assembly lines". *Journal of Heuristics*, 4:359-381.
- [9] Paksoy, T., Özceylan, E. Gökçen, H. (2012). "Supply chain optimisation with assembly line balancing". *International Journal of Production Research*, 50: 3115-3136.
- [10] Bautista, J., Pereira, J. (2009). "A dynamic programming-based heuristic for the assembly line balancing problem". *European Journal of Operational Research*, 194 (3): 787-794.
- [11] Thangavelu, S.R., Shetty, C.M. (1971) "Assembly line balancing by zero-one integer programming". *AIIE Transactions*, 3 (1): 61-68.
- [12] Eghtesadifard, M., Khalifeh, M., Khorram, M. (2020). "A systematic review of research themes and hot topics in assembly line balancing through the web of science within 1990-2017" *Computers & Industrial Engineering*, 139. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106182>.
- [13] Kucukkoc, I., Zhang, D. (2014). "Mathematical model and agent-based solution approach for the simultaneous balancing and sequencing of mixed-model parallel two-sided assembly lines". *International Journal of Production Economics*, 158: 314-333.
- [14] Caramia, M., Dell'Olmo, P. (2006). "Effective Resource Management in Manufacturing Systems Optimization Algorithms for Production Planning". *Springer series in advanced manufacturing*.
- [15] Pereira, J., Álvarez-Miranda, E. (2017). "An exact approach for the robust assembly line balancing problem". *Omega*.78: 85-98.
- [16] Rescenzi, P., Gambosi, G. (2007). "On-line load balancing made simple: Greedy strikes back". *Journal of Discrete Algorithms*.5 (1): 162-175.
- [17] Hou, L., Kang, L. (2011). "Online and semi-online hierarchical scheduling for load balancing on uniform machines". *Theoretical Computer*

- عظیم (۱۳۹۵). "برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید با رویکرد الگوریتم‌های فراابتکاری". انتشارات کیان رایانه.
- [27] Garey, M.R., Johnson, D.S. Sethi, R. (1976). "The complexity of flow shop and job shop scheduling". *Mathematics of Operations Research*, 1(2):117-129.
- [۲۸] اسمویی، پروانه، فتاحی، پرویز. (۱۳۹۶). "مقایسه و تحلیلی بر استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسائل زمان‌بندی تولید کارگاهی". *مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن*. ۱۴(۱): ۶۳-۷۶.
- [29] Coello, Carlos., Gary, BL., V D.A. (2007). "Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems", Publisher Springer US, eBook ISBN 978-0-387-36797-2 DOI 10.1007.978-0-387-36797-2.
- [30] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. (2002) "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II". *IEEE Trans on evolutionary computation* 6(N2): 182-19.
- [31] Ciro, G.C., Dugardin, F., Yalaoui, F., Kelly, R. (2016). "A NSGA-II and NSGA-III comparison for solving an open shop scheduling problem with resource constraints", *IFAC-Papers Online*.49(12): 1272-1277.
- [32] Taguchi, G. (1986). *Introduction to Quality engineering: designing Quality into products and processes*.
- [33] Hamta, N., Fatemi Ghomi, S.M.T., Jolai, F., Bahalke, U. (2011). "Bi-criteria assembly line balancing by considering flexible operation times", *Applied Mathematical Modelling*.35: 5592-5606.
- [34] Hamta, N., Fatemi Ghomi, S.M.T., Jolai, F., Akbarpour, M. (2013). "A hybrid PSO algorithm for a multi-objective assembly line balancing problem with flexible operation times, sequence-dependent setup times and learning effect", *Int. J. Production Economics*.141: 99-111.
- Science.42 (12-14): 1092-1098.
- [18] Lou, T., Xu, Y. (2015). "Semi-online hierarchical load balancing problem with bounded processing times". *Theoretical Computer Science*. 607 (1): 75-82.
- [19] Rahmani, N., Najafi, A. (2020). "Online Distribution and Load Balancing Optimization Using the Robin Hood and Johnson Hybrid Algorithm". *Journal of Optimization in Industrial Engineering*.13 (2): 17-26.
- [20] Fisel, J., Exner, Y., Stricker, N., Lanza, G. (2019) "Changeability and flexibility of assembly line balancing as a multi-objective optimization problem". *Journal of Manufacturing Systems*, 53: 150-158.
- [۲۱] متقی، هایده. (۱۳۹۸). "مدیریت تولید و عملیات". انتشارات آوای شروین، تهران: ویرایش پنجم.
- [22] Bauer, A., Bowden, R., Browne, J., Duggan, J., Lyons, G (1991) *Shop Floor Control Systems, From design to implementation*, Chapman and Hall, London.
- [۲۳] جعفر زنجانی، حامد زندیه، مصطفی خلیل زاده، محمد. (۱۳۹۹). "مدل برنامه‌ریزی تصادفی و رویکرد حل تجزیه بندرز برای برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و نگهداری تعمیرات در سیستم تولید چندکارخانه‌ای". *نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید*. ۱۶(۱): ۹۳-۷۷.
- [24] Wei, J., Xu, D., Iin Y., Huang, R. (2017) "ON-LINE LOAD BALANCING WITH TASK BUFFER". *Computing and Informatics*, 36: 1207-1234.
- [25] Graham, R.L. (1996). "Bounds for certain multiprocessing anomalies". *Bell Syst Tech.J.*, 45: 1563-1581.
- [۲۶] شهسواری پور، ناصر، کاظمی، مجتبی، اسدی، حامد، حیدری،



DOI: 10.22084/ier.2020.19256.1855

## Mathematical Model of Load Balancing Algorithm in Workshop Systems (Quantitative Study)

N. Rahmani<sup>1</sup>, A. Irajpour<sup>2\*</sup>, N. Hamidi<sup>3</sup>, A. Alamtabriz<sup>4</sup>, R. Ehteshamraei<sup>5</sup>

1. PhD Student, Department of Industrial Management, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran
2. Assistant Professor, Department of Industrial Management, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran
3. Associate Professor, Department of Industrial Management, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran
4. Professor, Department of Industrial Management, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
5. Assistant Professor, Department of Industrial Management, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 29 May 2019

Accepted 3 October 2019

#### Keywords:

Online balancing  
Robin Hood Algorithm  
Mathematical Modeling  
NSGA-II

### ABSTRACT

Balanced production line in terms of timing and load distribution on machines can improve the important indicators of timely delivery and production, which creates customer satisfaction and competitive advantage for production. Production line balance reduces lost capacity costs and unbalanced lines. Robin Hood algorithm is one of the production balance methods, the most important advantage of which is online production planning and proportional distribution of load on machines, but when the number of work orders is large, this method is not responsive. This paper focuses on optimizing and developing the mathematical model of Robin Hood algorithm so that this model can plan a large number of work orders. Development of the model with two objectives: minimizing the maximum load on the production system and minimizing the order completion time Takes place on machines. The problem of production balance is one of the NP-hard problems, and since no quick and feasible solution to such problems has been found in a reasonable time, the NSGA algorithm can be found to find close to optimal solutions to the proposed multi-objective mathematical model. NSGA-II has been used. The results of the development of the mathematical model in Robin Hood algorithm show that the balance of the production line in the large number of orders and momentary changes in the production plan, using this method can improve production planning.

\* Corresponding author. A. Irajpour  
Tel.: 028-33665275; E-mail address: [airajpour@yahoo.com](mailto:airajpour@yahoo.com)